

doi: 10.11823/j.issn.1674-5795.2025.02.05

六自由度机器人末端位姿校准误差链路分析

江文松¹, 王妍¹, 罗哉^{1*}, 冯思琪¹, 杨力^{1*}, 张鹏浩²

(1. 中国计量大学 计量测试与仪器学院, 浙江 杭州 310018;

2. 中国航空工业集团公司北京长城计量测试技术研究所, 北京 100095)

摘要: 为研究校准误差对机器人末端定位精度的非线性影响, 开展六自由度机器人末端位姿校准误差链路分析。采用修正的DH模型(Modified Denavit-Hartenberg Model, MDH)约束条件建立六自由度机器人的运动学参数模型, 分析末端位姿变换的空间几何特征关系; 分析机器人校准误差的来源, 得到测量系统各坐标系之间的函数关系, 构建机器人末端位姿校准误差传递链路模型。搭建六自由度机器人校准系统开展实验, 结果表明: 机器人末端校准误差主要来源包括连杆长度误差、关节偏移误差、关节扭转角误差和零位误差等, 合成后的校准误差为 2.66 mm; 机器人末端 x 、 y 、 z 方向的相对不确定度分别为 0.09%、0.37%、0.46%。研究成果为机器人末端精准定位控制提供了技术参考。

关键词: 几何量计量; 机器人; 末端定位; 校准; 误差链路分析

中图分类号: TB92; TP242

文献标志码: A

文章编号: 1674-5795 (2025) 02-0048-08

Analysis of calibration error propagation in the kinematic chain of a six-DOF robotic manipulator's end-effector pose

JIANG Wensong¹, WANG Yan¹, LUO Zai^{1*}, FENG Siqi¹, YANG Li^{1*}, ZHANG Penghao²

(1.College of Metrology Measurement & Instrument, China Jiliang University, Hangzhou 310018, China;

2.AVIC Changcheng Institute of Metrology & Measurement, Beijing 100095, China)

Abstract: To study the nonlinear impact of calibration errors on the positioning accuracy of a robot's end-effector, a linkage analysis of end-effector pose calibration errors for a six-degree-of-freedom robot was conducted. Using the modified Denavit-Hartenberg model (MDH) constraints, a kinematic parameter model for a six-degree-of-freedom robot was established to analyze the spatial geometric relationships of the end-effector's pose transformation. The sources of robot calibration errors were examined, and the functional relationships between the coordinate systems of the measurement system were derived. Based on this, a calibration error propagation model for the robot's end-effector pose was constructed. A calibration system for a six-degree-of-freedom robot was set up to conduct experiments. Experimental results indicate that the primary sources of calibration error in robotic end-effector positioning include link length errors, joint offset errors, joint twist angle errors, and zero-position errors. The combined calibration error was measured as 2.66 mm, with relative uncertainties in the x , y , and z directions of 0.09%, 0.37% and 0.46% respectively. The research findings provide techni-

收稿日期: 2024-11-25; 修回日期: 2025-01-19

基金项目: 国家重点研发计划项目(2022YFF0705704); 国家自然科学基金项目(52475576, 52075511)

引用格式: 江文松, 王妍, 罗哉, 等. 六自由度机器人末端位姿校准误差链路分析[J]. 计测技术, 2025, 45(2): 48-55.

Citation: JIANG W S, WANG Y, LUO Z, et al. Analysis of calibration error propagation in the kinematic chain of a six-DOF robotic manipulator's end-effector pose[J]. Metrology & Measurement Technology, 2025, 45(2): 48-55.



cal references for achieving precise positioning control of the robot's end-effector.

Key words: geometric metrology; robot; end-effector positioning; calibration; error linkage analysis

0 引言

传动间隙、装配误差等因素会导致机器人存在定位误差。随着科技的快速发展,先进制造相关行业对机器人定位精度的要求不断提高,特别是在加工、装配以及运输大型零件等关键领域^[1-2]。开展机器人高精度定位技术研究对于促进工业制造领域高质量发展具有重要意义^[3]。参数校准是一种经济有效的方法,可显著提高机器人绝对定位精度^[4]。

几何参数误差是影响机器人绝对定位精度的主要因素,约占总误差成因的90%^[5]。目前,常见的校准模型包括机器人-激光跟踪仪模型^[6]和机器人-相机校准模型^[7]。江小辉等人^[8]和WU L等人^[9]采用机器人-相机校准模型对机器人末端定位精度进行了有效修正。ZHONG F X等人^[10]提出了基于图像反馈的自适应控制方法,引入交互式感知技术,实现了狭小环境中的机器人-相机校准。白明等人^[11]针对双臂机器人协作中的高精度定位需求,采用机器人-激光跟踪仪模型提出了一种参数化模型与非参数化模型相结合的方法,以补偿机器人的几何误差和非几何误差。机器人-相机校准模型成本低,但精度不高;机器人-激光跟踪仪模型测量精度较高,更适用于精密测量领域。

机器人末端位姿误差是衡量机器人校准精度的重要指标,其主要包括机器人的连杆长度误差、关节偏移误差、零位误差、关节扭转角误差等。常见的机器人末端位姿误差分析方法包括最小二乘法及其改进算法^[12],其中Levenberg-Marquard(LM)算法具有较好的收敛性和稳定性,被广泛应用于机器人运动学参数的辨识过程^[13]。乔贵方团队提出了利用一种基于改进灰狼优化算法和LM算法相结合的方法,实现了运动学参数的误差辨识^[14]。姜一舟等人通过改进差分进化算法,实现了机器人运动学校准^[15]。然而,上述方法未能进行误差的系统性分析,针对误差链路的分析也不完善。

为研究校准误差对机器人末端定位精度的非线性影响,本文对六自由度机器人几何参数误差

进行系统性求解,并对误差进行溯源分析。首先,建立机器人的运动学模型及校准误差模型,分析几何参数误差对机器人末端位姿的影响;接着,采用激光跟踪仪测量不同位形机器人,获取末端位姿数据,利用LM算法对几何参数模型的微小误差进行辨识;然后,采用蒙特卡洛法模拟各关节参数的误差分布,进而得到末端位姿的误差范围;最后,在此基础上,对机器人末端位姿不确定度进行评定。

1 机器人参数化建模方法

为了分析机器人校准过程的误差链路,需要建立机器人的参数化模型,分析其末端矢量位置与几何参数之间的误差转换关系。

采用MDH模型建立机器人的正向运动学模型。相邻坐标系的位姿变换矩阵 ${}_{i-1}^i T$ 如式(1)所示,其用于描述从关节坐标系 $\{i-1\}$ 到 $\{i\}$ 的映射关系。

$${}_{i-1}^i T = \text{rot}(x_{i-1}, \alpha_{i-1}) \cdot \text{tran}(a_{i-1}, 0, 0) \cdot \text{tran}(0, 0, d_i) \cdot \text{rot}(z_i, \theta_i) \cdot \text{rot}(y_i, \beta_i) \quad (1)$$

式中: $\text{rot}(\cdot)$ 为旋转变换运算符号, $\text{tran}(\cdot)$ 为平移变换运算符号, α_{i-1} 为 Z_{i-1} 到 Z_i 绕轴 X_{i-1} 的旋转角度, a_{i-1} 为 Z_{i-1} 到 Z_i 沿轴 X_{i-1} 的距离, d_i 为从 X_{i-1} 到 X_i 沿轴 Z_i 的距离, θ_i 为从 X_{i-1} 到 X_i 绕轴 Z_i 的旋转角度, β_i 为 Z_{i-1} 到 Z_i 绕 Y_{i-1} 转动的转角角度。机器人零位结构如图1所示,其中, $\{F\}$ 和 $\{B\}$ 分别为法兰盘坐标系和基坐标系。

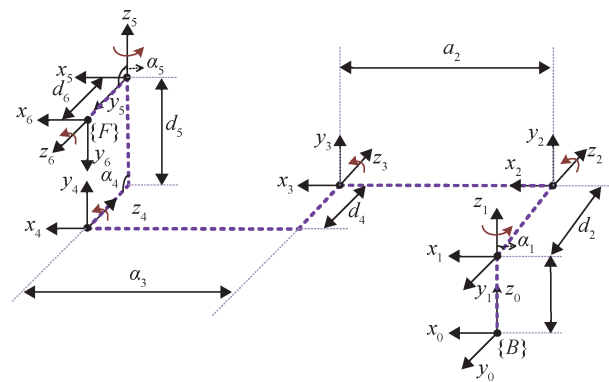


图1 机器人零位结构图

Fig.1 Structural diagram of the manipulator's zero position state

机器人运动学模型为

$${}^0T = \prod_{i=1}^6 {}^{i-1}T = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & d_x \\ n_y & o_y & a_y & d_y \\ n_z & o_z & a_z & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中: 0T 为基坐标系 0T 相对于末端坐标系 6T 的位姿矩阵, $[n \ o \ a]^T \times 3$ 为旋转矩阵, $[d_x, d_y, d_z]^T$ 为位置。

针对几何误差参数校准进行运动学建模, 为建立误差模型奠定了基础; 引入 β_i , 弥补了传统标定模型在连续性方面存在的不足。

2 机器人校准误差链路模型

2.1 机器人校准误差源分析

机器人校准误差的主要来源为角编码器误差、控制系统误差、环境因素引起的误差、传动系统误差、模型误差^[16]。在校准过程中, 通过经验分析可得, 测量误差呈均匀分布。

角编码器误差是由角度编码器引入的偏差, 通常也被认为呈均匀分布。在机器人执行指令的过程中, 由于控制算法设计不合理、传感器信号受干扰或传递滞后等问题, 可能导致示教器无法准确反映机器人的真实状态, 从而引入控制系统误差。高湿、高热等环境会对机器人的关键零部件产生损害, 导致系统运行不稳定, 从而引入误差。灰尘和颗粒物进入机器人内部会对其传动关节产生不良影响, 导致传动系统存在误差。模型误差对机器人校准过程影响较为显著, 模型误差引起的机器人几何参数误差具体分析如下:

1) 连杆长度误差

由于制造、装配、材料膨胀等原因, 连杆的实际长度可能偏离理论设计值, 直接影响机械臂的运动范围和定位精度。

2) 关节偏移误差

关节的实际旋转轴线及滑动方向与设计预期的轴线存在偏差, 会导致机械臂的运动路径发生偏移。

$$\Delta x = [\Delta\alpha_0 \cdots \Delta\alpha_5, \Delta a_0 \cdots \Delta a_5, \Delta d_1 \cdots \Delta d_6, \Delta\theta_1 \cdots \Delta\theta_6, \Delta\beta_2, \Delta\beta_3]^T \quad (3)$$

式中: $\Delta\alpha_0 \cdots \Delta\alpha_5$ 为连杆扭转角偏差, $\Delta a_0 \cdots \Delta a_5$ 为连杆长度偏差, $\Delta d_1 \cdots \Delta d_6$ 为关节距离偏差, $\Delta\theta_1 \cdots \Delta\theta_6$

$$\Delta_{i-1} {}^i T = \frac{\partial {}^{i-1}T}{\partial a_{i-1}} \Delta a_{i-1} + \frac{\partial {}^{i-1}T}{\partial \alpha_{i-1}} \Delta \alpha_{i-1} + \frac{\partial {}^{i-1}T}{\partial d_i} \Delta d_i + \frac{\partial {}^{i-1}T}{\partial \theta_i} \Delta \theta_i + \frac{\partial {}^{i-1}T}{\partial \beta_i} \Delta \beta_i = \delta_{i-1} {}^i T \cdot {}^{i-1}T \quad (4)$$

式中: $\Delta_{i-1} {}^i T$ 为微分运动前后机器人 $\{i\}$ 坐标系相对于 $\{i-1\}$ 坐标系的位姿与机器人末端相对于机

3) 零位误差

机器人、传感器或其他设备的参考点(通常称为“零位”)未完全校准时会产生零位偏差。机器人的零位误差通常表现为各关节的初始位置或角度偏离预设的零位标准。装配误差、传感器漂移以及基准点不准确等均会导致产生零位误差。

4) 关节扭转角误差

机器人运动过程中, 传动比误差、反向间隙等因素会导致关节的实际扭转角度与理论扭转角度之间存在差异, 从而导致机械臂末端位姿存在偏差。

机器人的运动学参数辨识是在参数化链路模型和校准误差模型的基础上, 利用LM算法求解误差方程进行参数校准, 从而使机器人末端位置更接近实际末端位置。在参数校准之前, 需要对采集的数据进行预处理, 以确保数据可以在机器人基坐标系下用于求解末端误差。完成末端误差求解后, 采用蒙特卡洛法对误差分布进行模拟分析。机器人校准误差源分析整体流程如图2所示。

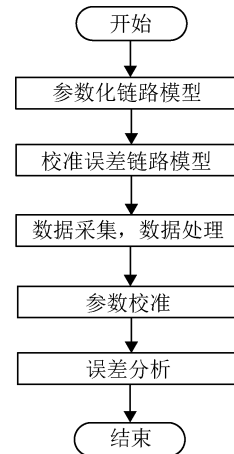


图2 整体流程图

Fig.2 Overall workflow diagram

2.2 校准误差模型

机器人运动学结构参数的微小变化量 Δx 为

为关节角度偏差, $\Delta\beta_2$ 、 $\Delta\beta_3$ 为绕 y 轴的旋转角度偏差。机器人校准误差模型可表示为

器人基坐标系的初始位姿之差, $\delta_{i-1} {}^i T$ 为相邻关节之间的微分算子。通过微分计算可得

$$\delta_{i-1}^i \mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & -(\cos \beta_i) \Delta \theta_i - \sin \beta_i (\cos \theta_i) \Delta \beta_i & \cos \alpha_{i-1} (\cos \theta_i) \Delta \beta_i - (\sin \alpha_{i-1}) \Delta \theta_i \\ (\cos \beta_i) \Delta \theta_i + \sin \alpha_{i-1} (\cos \theta_i) \Delta \beta_i & 0 & (\sin \theta_i) \Delta \beta_i - \Delta \alpha_{i-1} \\ (\sin \alpha_{i-1}) \Delta \theta_i - \cos \alpha_{i-1} (\cos \theta_i) \Delta \beta_i & \Delta \alpha_{i-1} - (\sin \theta_i) \Delta \beta_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta a_{i-1} - d_i (\cos \theta_i) \Delta \beta_i \\ -(a_{i-1} \sin \alpha_{i-1} \cos \theta_i + d_i \cos \alpha_{i-1} \sin \theta_i) \Delta \beta_i - (\sin \alpha_{i-1}) \Delta d_i - a_{i-1} (\cos \alpha_{i-1}) \Delta \theta_i \\ (a_{i-1} \cos \alpha_{i-1} \cos \theta_i - d_i \sin \alpha_{i-1} \sin \theta_i) \Delta \beta_i + (\cos \alpha_{i-1}) \Delta d_i - a_{i-1} (\sin \alpha_{i-1}) \Delta \theta_i \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\delta_{i-1}^i \mathbf{T}$ 可表示为

$$\delta_{i-1}^i \mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & -\delta z_i & \delta y_i & dx_i \\ \delta z_i & 0 & -\delta x_i & dy_i \\ -\delta y_i & \delta x_i & 0 & dz_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中： δx_i 、 δy_i 、 δz_i 分别为第*i*个关节坐标系的*x*、*y*、*z*方向的微小旋转偏差。

将式(5)和式(6)的相应元素对照，计算得到第*i*个关节坐标系中关于*x*、*y*、*z*的偏距 $\vec{d}_i$ 和偏角 $\vec{\delta}_i$ ，即

$$\vec{d}_i = \begin{bmatrix} dx_i \\ dy_i \\ dz_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \Delta a_{i-1} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\sin \alpha_{i-1} \\ \cos \alpha_{i-1} \end{bmatrix} \cdot \Delta d_i + \begin{bmatrix} 0 \\ -a_{i-1} \cos \alpha_{i-1} \\ -a_{i-1} \sin \alpha_{i-1} \end{bmatrix} \cdot \Delta \theta_i + \begin{bmatrix} -d_i \cos \theta_i \\ -(a_{i-1} \sin \alpha_{i-1} \cos \theta_i + d_i \cos \alpha_{i-1} \sin \theta_i) \\ a_{i-1} \cos \alpha_{i-1} \cos \theta_i - d_i \sin \alpha_{i-1} \sin \theta_i \end{bmatrix} \cdot \Delta \beta_i \quad (7)$$

$$\vec{\delta}_i = \begin{bmatrix} \delta x_i \\ \delta y_i \\ \delta z_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \Delta \alpha_{i-1} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\sin \alpha_{i-1} \\ \cos \alpha_{i-1} \end{bmatrix} \cdot \Delta \theta_i + \begin{bmatrix} -\sin \theta_i \\ \cos \alpha_{i-1} \cos \theta_i \\ \sin \alpha_{i-1} \cos \theta_i \end{bmatrix} \cdot \Delta \beta_i \quad (8)$$

式(5)~式(8)表示了相邻连杆坐标系和运动学参数误差之间的微分变换关系。

末端的位姿误差是由各关节的参数误差累积的结果，将式(4)和式(2)联立求解，可将机器人末端位姿误差矩阵 $\mathbf{F}$ 表示为

$$\mathbf{F} = \sum_{i=0}^6 \mathbf{J} \mathbf{F}_i = \mathbf{J} \Delta \mathbf{x} \quad (9)$$

式中： $\mathbf{F}_i$ 为第*i*个坐标系下包含 $\Delta \mathbf{x}$ 参数误差向量的函数； $\mathbf{J}$ 为系数矩阵，具体表示为

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} n_x & n_y & n_z & (\mathbf{p} \times \mathbf{n})_x & (\mathbf{p} \times \mathbf{n})_y & (\mathbf{p} \times \mathbf{n})_z \\ o_x & o_y & o_z & (\mathbf{p} \times \mathbf{o})_x & (\mathbf{p} \times \mathbf{o})_y & (\mathbf{p} \times \mathbf{o})_z \\ a_x & a_y & a_z & (\mathbf{p} \times \mathbf{a})_x & (\mathbf{p} \times \mathbf{a})_y & (\mathbf{p} \times \mathbf{a})_z \\ 0 & 0 & 0 & n_x & n_y & n_z \\ 0 & 0 & 0 & o_x & o_y & o_z \\ 0 & 0 & 0 & a_x & a_y & a_z \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中： $\mathbf{p}$ 为机器人基坐标系中的位置坐标， $\mathbf{p} = [p_x \ p_y \ p_z]^T$ ； $(\mathbf{p} \times \mathbf{n})_x = p_y \cdot n_z - p_z \cdot n_y$ 。

末端位置误差解耦到各关节的结构参数可表示为

$$\begin{cases} d_{\Delta x} = \frac{\partial F_{\delta x_i}}{\partial a_0} \Delta a_0 + \cdots + \frac{\partial F_{\delta x_i}}{\partial a_5} \Delta a_5 + \frac{\partial F_{\delta x_i}}{\partial d_1} \Delta d_1 + \cdots + \frac{\partial F_{\delta x_i}}{\partial d_6} \Delta d_6 + \frac{\partial F_{\delta x_i}}{\partial \alpha_0} \Delta \alpha_0 + \cdots + \frac{\partial F_{\delta x_i}}{\partial \alpha_5} \Delta \alpha_5 + \frac{\partial F_{\delta x_i}}{\partial \theta_1} \Delta \theta_1 + \\ \quad \cdots + \frac{\partial F_{\delta x_i}}{\partial \theta_6} \Delta \theta_6 + \frac{\partial F_{\delta x_i}}{\partial \beta_2} \Delta \beta_2 + \frac{\partial F_{\delta x_i}}{\partial \beta_3} \Delta \beta_3 \\ d_{\Delta y} = \frac{\partial F_{\delta y_i}}{\partial a_0} \Delta a_0 + \cdots + \frac{\partial F_{\delta y_i}}{\partial a_5} \Delta a_5 + \frac{\partial F_{\delta y_i}}{\partial d_1} \Delta d_1 + \cdots + \frac{\partial F_{\delta y_i}}{\partial d_6} \Delta d_6 + \frac{\partial F_{\delta y_i}}{\partial \alpha_0} \Delta \alpha_0 + \cdots + \frac{\partial F_{\delta y_i}}{\partial \alpha_5} \Delta \alpha_5 + \frac{\partial F_{\delta y_i}}{\partial \theta_1} \Delta \theta_1 + \\ \quad \cdots + \frac{\partial F_{\delta y_i}}{\partial \theta_6} \Delta \theta_6 + \frac{\partial F_{\delta y_i}}{\partial \beta_2} \Delta \beta_2 + \frac{\partial F_{\delta y_i}}{\partial \beta_3} \Delta \beta_3 \\ d_{\Delta z} = \frac{\partial F_{\delta z_i}}{\partial a_0} \Delta a_0 + \cdots + \frac{\partial F_{\delta z_i}}{\partial a_5} \Delta a_5 + \frac{\partial F_{\delta z_i}}{\partial d_1} \Delta d_1 + \cdots + \frac{\partial F_{\delta z_i}}{\partial d_6} \Delta d_6 + \frac{\partial F_{\delta z_i}}{\partial \alpha_0} \Delta \alpha_0 + \cdots + \frac{\partial F_{\delta z_i}}{\partial \alpha_5} \Delta \alpha_5 + \frac{\partial F_{\delta z_i}}{\partial \theta_1} \Delta \theta_1 + \\ \quad \cdots + \frac{\partial F_{\delta z_i}}{\partial \theta_6} \Delta \theta_6 + \frac{\partial F_{\delta z_i}}{\partial \beta_2} \Delta \beta_2 + \frac{\partial F_{\delta z_i}}{\partial \beta_3} \Delta \beta_3 \end{cases} \quad (11)$$

式中: $F_{\delta x_i}$ 、 $F_{\delta y_i}$ 、 $F_{\delta z_i}$ 分别为 dx_i 、 dy_i 、 dz_i 与 Δx 的函数, $d_{\Delta x}$ 、 $d_{\Delta y}$ 、 $d_{\Delta z}$ 为机器人末端测量值和名义值的差值。

3 校准实验与结果分析

采用 AT960 型激光跟踪仪对机器人结构参数进行校准, 通过测量机器人在 50 组不同位形下的末端位姿数据, 结合机器人各关节坐标系, 计算得到各轴的运动学参数。

3.1 校准实验系统搭建

选择 AR5 型机器人作为校准对象, 搭建如图 3 所示的测量系统开展实验。首先进行激光跟踪仪坐标系、测头坐标系、机器人末端坐标系和机器人基坐标系之间的预对齐, 之后利用激光跟踪仪开始测量。在数据点测量过程中, 激光跟踪仪的位置保持固定, 通过示教器控制机器人的位形变化, 使测量点尽可能地覆盖机器人的可行空间。将激光跟踪仪测得的数据转换到机器人基坐标系下, 与基坐标系下的末端位姿进行比较, 计算得到机器人的位姿误差数据。

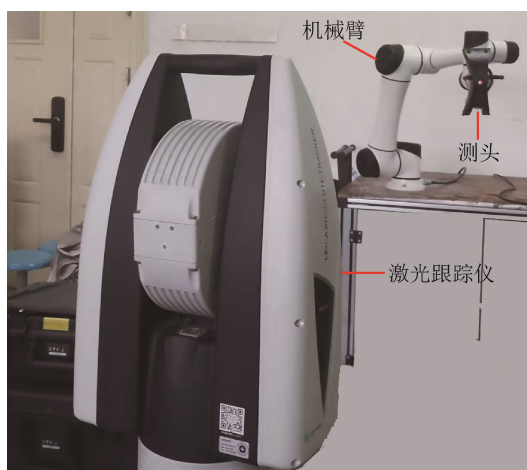


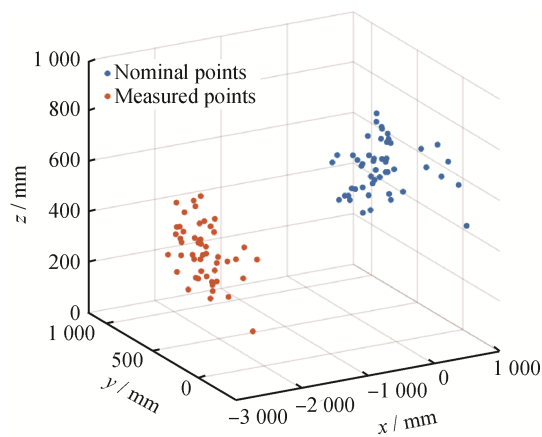
图3 测量系统图

Fig.3 Measurement system diagram

坐标预对齐前数据点集的分布情况如图 4(a) 所示, 经过映射得到测量点和名义点在机器人基坐标系下的位置误差情况如图 4(b) 所示。

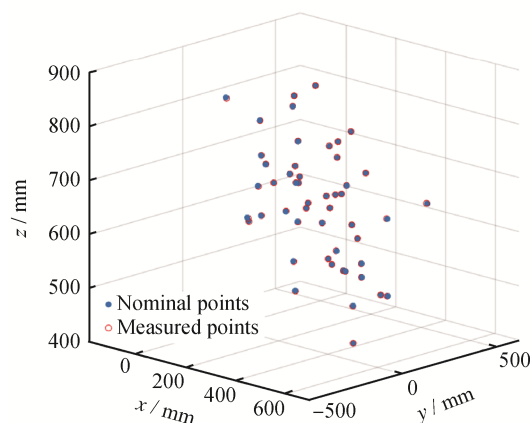
3.2 校准误差分析

利用 LM 算法求解 DH 参数校准结果如表 1 所示, 根据表 1 可知, 机器人零位较为准确, 最大误差不得超过 2", 其他运动学参数则存在一定偏差。



(a) 坐标预对齐前

(a) Prior to coordinate pre-alignment



(b) 坐标预对齐后

(b) Following coordinate pre-alignment

图4 机器人末端位置采集点

Fig.4 Sampling points for the manipulator's end-effector position

表1 DH 参数校准结果

Tab.1 DH parameter calibration results

序号	$\Delta\theta_i/(")$	$\Delta d_i/\text{mm}$	$\Delta a_i/\text{mm}$	$\Delta\alpha_{i-1}/(")$	$\beta_i/(")$
1	-1.514	-0.343	-0.014	-120.240	
2	-0.155	-0.343	0.004	-174.960	
3	0.303	-0.343	-0.006	-63.000	-0.127
4	0.159	0.166	-0.002	-14.400	-0.002
5	0.031	0.773 3	-0.001 7	78.840	
6	-0.508	0.241 1	0.640 4	1.080	

为了验证求解过程中参数估计引入的不确定度分量, 选取机器人关节角度 $[27.631^\circ, 52.012^\circ, -53.035^\circ, -175.681^\circ, 66.936^\circ, 3.158^\circ]$ 作为研究位形, 激光跟踪仪测得该位形的末端位置坐标为

[748.650 mm, 325.837 mm, 330.842 mm]。

研究对象为六自由度的机器人, 需要辨识的几何参数共 26 个, 根据式(11)可知, 至少需要测量 26 组数据才能求解几何参数的误差。选择 40 ~ 100 组数据进行实验, 每次间隔 5 组数据来比较不同维度的测量数据对末端位姿的影响, 不同维度

的机器人末端位置分布如图 5 所示, 横坐标为末端位置分布范围, 纵坐标为该范围内观测值的出现频次。通过图 5(b)可以观察到, 末端位置的 y 轴分布近似高斯分布, 随着分布值向两侧偏离, 频次逐渐减少, 说明末端位置在极端高或低的频次出现的概率较低。

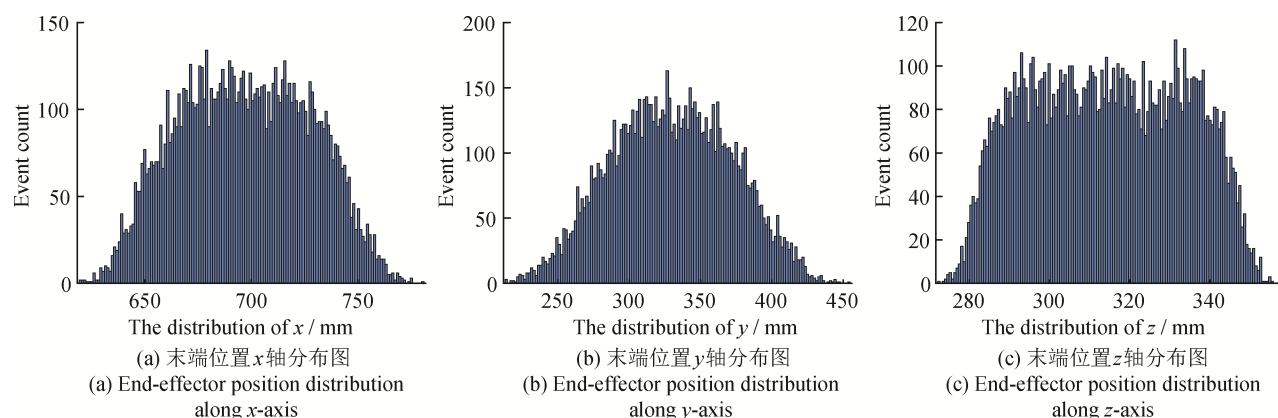


图 5 不同维度的机器人末端位置分布图

Fig.5 End-effector position distribution diagram for the manipulator in different dimensions

以最优参数为中心, 设置参数范围为[0.135, 0.335], 在有效范围内求解机器人几何参数误差范围。通过蒙特卡洛方法模拟 10 000 组不同的几何参数误差分布, 研究不同 LM 参数对机器人末端定位精度的影响。结合式(2)进行计算, 得到不同 LM 参数的机器人末端位置分布如图 6 所示, 横坐标表示不同 LM 参数对应的末端位置分布范围, 纵坐标表示该范围内对应值的出现频次。

对比不同维度和不同 LM 参数对机器人末端定位精度的影响并进行分析, 结果表明: 不同维度对机器人末端位姿的误差影响较为显著, 末端位置在 x 、 y 、 z 轴方向的误差分布分别为[619.814 mm, 777.347 mm]、[212.606 mm, 447.587 mm]、[272.571 mm, 355.895 mm], 末端位置在 x 、 y 、 z 轴方向的平均值分别为[698.127 mm, 329.872 mm, 314.108 mm]。

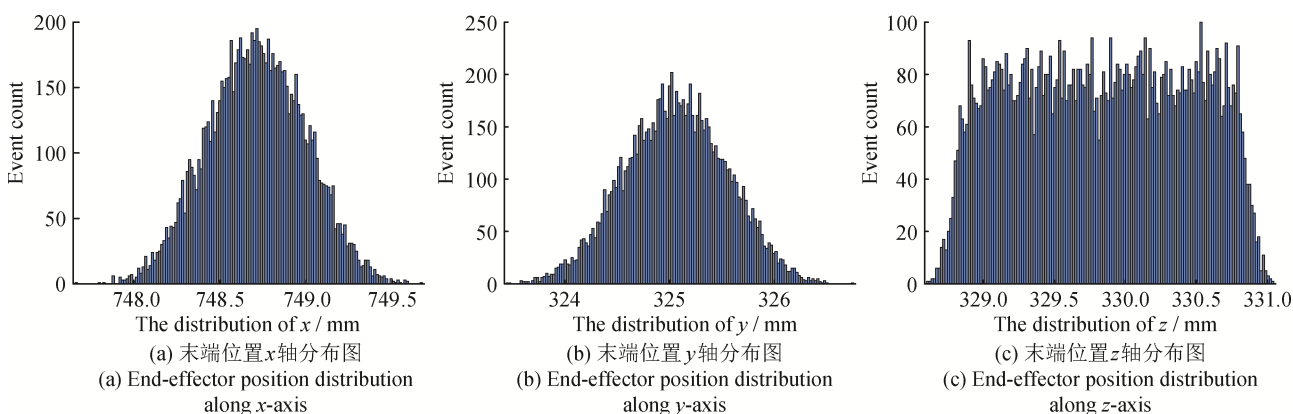


图 6 不同 LM 参数的机器人末端位置分布图

Fig.6 End-effector position distribution diagram for the manipulator under various LM parameters

3.3 末端位置的不确定度分析

通过蒙特卡洛法模拟误差分布情况, 得到机

器人在 x 、 y 、 z 方向上的误差分布情况, 在此基础上进行机器人末端位置的不确定度评定, 结果如

表2所示。机器人末端 x 、 y 、 z 方向的相对不确定度分别为0.09%、0.37%、0.46%。扩展不确定度

$U(k=2.485)$ 根据标准不确定度 u 计算得到,如式(12)所示。

表2 末端位置不确定度评定

Tab.2 Evaluation of the uncertainty in end-effector position

坐标轴	末端位置的平均值/mm	末端位置包含区间/mm	标准不确定度/mm	扩展不确定度/mm	相对不确定度/%
x	748.714	(747.725, 749.685)	0.28	0.67	0.09
y	325.056	(323.494, 327.101)	0.49	1.21	0.37
z	329.829	(328.625, 331.035)	0.61	1.50	0.46

$$U = k \cdot u \quad (k = 2.485) \quad (12)$$

将实验位形的名义位置[748.361 mm, 326.772 mm, 331.025 mm]与实际测量数据进行对比,结果表明:位置数据的误差在计算误差范围内。综合分析上述研究结果可知:机器人运动学参数不确定度评估方法可有效预测机器人末端位置不确定度。

4 结论

建立了六自由度机器人几何参数误差模型,分析了机器人各轴运动学参数校准误差影响因素,研究了机器人最小二乘参数估计偏离对模型应用效果的影响机制。利用AR5机器人开展实验,测量机器人不同位形下的末端位姿数据,计算得到各轴的运动学参数,并评定机器人末端位置不确定度。实验结果表明:在工作空间内完成校准后,机器人 x 、 y 、 z 轴方向的位置标准不确定度分别为0.28 mm、0.49 mm、0.61 mm。研究成果为机器人高精度路径规划和轨迹跟踪技术的发展提供了有力支撑。

参考文献

- [1] HUANG P, GU Y K, LI H, et al. An optimal tolerance design approach of robot manipulators for positioning accuracy reliability [J]. Reliability Engineering & System Safety, 2023, 237. DOI: 10.1016/j.ress.2023.109347.
- [2] LI Z B, LI S, LUO X. A novel machine learning system for industrial robot arm calibration [J]. IEEE Trans Circuits Syst II Express Briefs, 2024, 71(4): 2364–2368.
- [3] GUO Y, JIANG Z, SONG B, et al. A distance calibration method for kinematic parameters of serial industrial robots considering the accuracy of relative position [J]. Measure-

ment, 2022, 204. DOI: 10.1016/j.measurement.2022.111842.

- [4] 江文松, 李旋, 罗哉, 等. 六自由度机械臂参数校准不确定度评定方法 [J]. 仪器仪表学报, 2022, 43(7): 26–34.
JIANG W S, LI X, LUO Z, et al. Uncertainty evaluation of calibration model of six DOF robot arm [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2022, 43(7): 26–34. (in Chinese)
- [5] 王东霞, 唐颖, 李国成, 等. 机器人几何参数标定误差模型对定位精度影响研究 [J]. 计量学报, 2024, 45(8): 1108–1114.
WANG D X, TANG Y, LI G C, et al. Research on the influence of robot geometric parameter calibration error model on positioning accuracy [J]. Acta Metrologica Sinica, 2024, 45(8): 1108–1114. (in Chinese)
- [6] WANG J, WANG W, WU C H, et al. A plane projection based method for base frame calibration of cooperative manipulators [J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2019, 15(3): 1688–1697.
- [7] LAI M, SHAN C, WITH P H N D. Hand-eye camera calibration with an optical tracking system [C]// The 12th International Conference, 2018. DOI: 18.10.1145/3243394.3243700.
- [8] 江小辉, 李翔翔, 孙翼飞, 等. 基于双目视觉距离误差测量的工业机器人运动学标定方法 [J]. 计量学报, 2024, 45(10): 1470–1479.
JIANG X H, LI X X, SUN Y F, et al. Kinematic calibration of industrial robots based on binocular vision distance error measurement [J]. Acta Metrologica Sinica, 2024, 45(10): 1470–1479. (in Chinese)
- [9] WU L, REN H L. Finding the kinematic base frame of a robot by hand-eye calibration using 3D position data

- [J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering: A Publication of the IEEE Robotics and Automation Society, 2017, 14(1): 314-324.
- [10] ZHONG F X, LI B, CHEN W, et al. Robot-camera calibration in tightly constrained environment using interactive perception[J]. IEEE Transactions on Robotics: A publication of the IEEE Robotics and Automation Society, 2023, 39(6): 4952-4970.
- [11] 白明, 庞淋峻, 史羽胜, 等. 基于参数与非参数模型结合的双臂机器人协作定位精度提升方法[J]. 机器人, 2023, 45(3): 276-286.
- BAI M, PANG L J, SHI Y S, et al. An improvement method of cooperative positioning accuracy for dual-arm robot based on the combination of parametric and non-parametric models[J]. Robot, 2023, 45(3): 276-286. (in Chinese)
- [12] 崔正杰, 刘厚才, 康辉民, 等. 基于模型的工业机器人误差参数标定技术研究进展[J]. 科技导报, 2022, 40(13): 36-49.
- CUI Z J, LIU H C, KANG H M, et al. Research progress of industrial robot model-based error parameter calibration technology[J]. Science & Technology Review, 2022, 40(13): 36-49. (in Chinese)
- [13] LUO G Y, ZOU L, WANG Z L, et al. A novel kinematic parameters calibration method for industrial robot based on Levenberg-Marquardt and differential evolution hybrid algorithm[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2021, 71. DOI: 10.1016/j.rcim.2021.102165.
- [14] 乔贵方, 杜宝安, 张颖, 等. 基于POE模型的工业机器人运动学参数二次辨识方法研究[J]. 农业机械学报, 2024, 55(1): 419-425.
- QIAO G F, DU B A, ZHANG Y, et al. Quadratic identification method of kinematic parameters of industrial robots based on POE model[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2024, 55(1): 419-425. (in Chinese)
- [15] 姜一舟, 于连栋, 常雅琪, 等. 基于改进差分进化算法的机器人运动学参数标定[J]. 光学精密工程, 2021, 29(7): 1580-1588.
- JIANG Y Z, YU L D, CHANG Y Q. Robot calibration based on modified differential evolution algorithm[J]. Optics and Precision Engineering, 2021, 29(7): 1580-1588. (in Chinese)
- [16] LI Z B, LI S, L X. An overview of calibration technology of industrial robots[J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2021, 8(1): 23-36.
- (本文编辑: 刘圣晨, 孟薇)
-
-  **第一作者:** 江文松(1988—), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为飞机结构健康监测、反问题建模及优化、动态校准。
-  **通信作者:** 罗哉(1979—), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为汽车零部件检测精密测试技术、视觉与激光测量、定位导航与建图、数字化三维成像。
-  **通信作者:** 杨力(1979—), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为机器学习(深度学习)、虚拟现实与数字孪生、计算机视觉、机器人。