计 测 技 术 理论与实践 · 1 ·

doi: 10.11823/j. issn. 1674 - 5795. 2020. 05. 01

# 12 Bit 量化误差对正弦参数拟合影响的误差界

# 梁志国

(航空工业北京长城计量测试技术研究所 计量与校准技术重点实验室, 北京 100095)

摘 要:针对12 Bit 量化误差对四参数正弦拟合带来的误差影响,分别在有效位数、幅度、频率、初始相位和直流分量五项参数上进行了拟合误差界的搜索。选取的条件变量分别是幅度、序列所含波形的周波数、初始相位、直流分量以及序列数据点数。以两两联动的双条件组合方式进行误差界搜索,获得了上述五项参数的误差界随不同条件变化而变化的曲线规律,筛分出了显著影响量和不显著影响量,以及明确的误差上界和下界。该结果可用于拟合参数的误差和不确定度估计,也可以在设定拟合误差和不确定度情况下,选择测量条件。

关键词: 计量学; 误差; 量化; 正弦波; 曲线拟合; 12Bit

中图分类号: TB91 文献标识码: A 文章编号: 1674-5795(2020)05-0001-09

# Bounds of Least-Square Four-Parameter Sine-Fit Errors Due to 12 Bit Quantization LIANG Zhiguo

(Changcheng Institute of Metrology & Measurement, National Key Laboratory of Science and Technology on Metrology & Calibration, Beijing 100095, China)

**Abstract:** Aiming at the influence of the 12 bit quantization error on the four-parameter sinusoidal fitting accuracy, the fitting error bounds were researched among the five parameters of effective bits, amplitude, frequency, initial phase and DC component. The selected condition variables are the amplitude, the number of cycles of the waveform contained in the sequence, the initial phase, the DC component and the number of sequence data points. The error boundary search was carried out in a two-condition combination styles, and the error curves of the above five parameters were gained under each condition—The significant influence and the insignificant influence were screened out, as well as the upper and the lower error bounds. The results can be used to estimate the error and uncertainty of the fitting parameters, or to construct the measurement conditions under the sitting fitting error and uncertainty.

Key words: metrology; error; quantization; sine wave; curve fitting; 12 Bit

# 0 引言

四参数正弦曲线拟合在计量测试领域应用广泛,它可以获得拟合正弦波形的幅度、频率、相位、直流分量四个参数,还可以用于 A/D 有效位数的评价<sup>[1-11]</sup>。有关这些参数的拟合误差,一直受到关注<sup>[12-17]</sup>,但却缺乏简便易行的获取方法。

相关研究中,以美国 NIST 的 Deyst 等人的最为著名<sup>[18]</sup>,研究内容主要涉及影响误差的因素包括谐波、抖动、信噪比、初始相位、序列(周波数、序列长度)等,这些因素对幅度、频率、初始相位、直流分量四个拟合参数的影响,分别通过经验公式和仿真曲线的方式予以表征,给出了这些因素产生影响的误差界。后续的以正弦模型为基础的拟合参数的不确定度评定,多以此研究工作为基础<sup>[19-21]</sup>。该项工作需要先对正弦采样序列分别进行谐波分析、抖动分析和噪

声分析,然后确定误差界。关于抖动分析,除文献 [22]以外,未发现有其它理想的方式可进行全部四个参量的抖动分析。另外,由于采样序列均有量化误差存在,量化误差对拟合参数的影响并未单独提及。

与众多误差因素相比,量化误差是起决定因素的主导分量。此时,其对正弦序列拟合参数误差的影响状况如何也是人们最为关注的,并不是简单套用上述 Deyst 等人的工作结论就能圆满解决的。

在工程实践中,12 位 A/D 的数据采集系统应用最为广泛,本文将以12 位 A/D 的量化为前提条件,通过仿真搜索,分别变化幅度、频率、初始相位、直流分量、序列所含周波数、序列长度等测量条件,寻找出拟合正弦参数变化的误差界,以便给12 位 A/D 的采集测量场合四参数正弦拟合的误差和不确定度评定提供参考和借鉴。并在已有测量误差要求的前提下,通过选择测量条件达到测量目的。

・2・ 理论与实践 2020 年第 40 巻第 5 期

# 2 基本思想

# 2.1 测量条件

在正弦波数据采集中,被测波形的幅度、频率、直流分量等参量,包括抖动、失真、谐波、噪声等参量,是客观存在的,很难被干预而变动。而测量条件,包括测量仪器系统的幅度量程、A/D 位数、采样速率、存储深度、通频带、幅度测量误差、线性度、采样速率误差等,则可通过自主选择而变化。

在正弦波采样测量中,采样速率与信号频率之比 是每个周波的采样点数,可通过选择采样速率改变比 值;当其确定后,采样序列长度决定了其所包含周波 数的多少。

通过选取量程,改变被测信号幅度与量程的占比;通过选择不同 A/D 位数的测量仪器和系统,改变量化误差的大小。最终,用于改变正弦波拟合参数的误差界。

综合考虑各方面因素,选出具有相互独立性和系统完备性的左右量化误差影响的测量条件包括:

①A/D 位数:用于确定量化水平及影响;②采样序列包含周波数:确定周波数的影响;③序列样本点数:确定存储深度的影响;④信号幅度:确定幅度变动的影响;⑤初始相位:确定信号相位变化带来的影响;⑥直流分量:确定直流分量变化带来的影响。

经过四参数正弦曲线拟合后,获得的指标特征参量包括:①有效位数误差界,以Bit 表述;②拟合幅度误差界,以LSB 表述;③拟合频率误差界,以相对误差表述;④拟合相位误差界,以度(°)表述;⑤拟合直流分量误差界,以LSB 表述。其中,LSB(least Bit)称为最小量化阶梯值,有时也称为量化误差值,由采集系统的量程和采用的A/D 位数确定。

# 2.2 误差界搜索

正弦参数拟合的误差界,是在上述六项测量条件下,固定其中的五项,变化一项,搜索出该条件变化时,四参数正弦拟合所获得的有效位数、幅度、频率、相位、直流分量等五项指标的误差界。

# 3 仿真实验及数据处理

# 3.1 仿真实验条件

为方便参数调控,不失一般性,设定包含六项测量条件的仿真实验条件包括:

1)A/D 位数

A/D 位数的基本参量为 12 bit。

2)采样序列包含周波数

未特别说明时,采样序列包含周波数为 20 个;作为主变化因素时,变化范围为 0.90~21.00 个周波,0.01 周波步进;作为辅助变化量时,变化范围为 2~20 个周波,1 周波步进。

#### 3) 序列样本点数

未特别说明时,序列样本点数为 16000 点;作为主变化因素时,变化范围为 100~16000 点,1 点步进;作为辅助变化量时,变化范围为 1000~16000 点,1000 点步进。

#### 4)信号幅度

未特别说明时,幅度为(85.4494% ×量程);作为主变化因素时,幅度宏观变化范围为量程的4.883%~100%,0.1 LSB 步进;作为辅助变化量时,在(85.4494%×量程点)处,其微观变化范围为-0.5 LSB~0.5 LSB,0.1 LSB步进。

# 5)初始相位

未特别说明时,初始相位为0°;作为主变化因素时,变化范围为-180°~180°,0.1°步进;作为辅助变化量时,变化范围为-180°~180°,20°步进。

# 6) 直流分量

未特别说明时,直流分量为0;作为主变化因素时,变化范围为-2 LSB $\sim$ 2 LSB,0.01LSB步进;作为辅助变化量时,变化范围为-0.5 LSB $\sim$ 0.5 LSB,0.1 LSB步进。

#### 3.2 仿真实验结果

按照上述仿真实验条件,分别以一种参量为主变 化因素、另一种参量为辅助变化因素生成实际的仿真 条件,考察各指标要素的误差变化情况。

#### 3.2.1 幅度作为主变化因素

当幅度作为主变化因素时,周波数作为辅助变化量,获得如图 1 所述的误差变化曲线波形;相位作为辅助变化量,获得如图 2 所述的误差变化曲线波形;直流分量作为辅助变化量,获得如图 3 所述的误差变化曲线波形;数据点数作为辅助变化量,获得如图 4 所述的误差变化曲线波形。

#### 3.2.2 周波数作为主变化因素

当周波数作为主变化因素时,幅度作为辅助变化量,获得如图 5 所述的误差变化曲线波形;初始相位作为辅助变化量,获得如图 6 所述的误差变化曲线波形;直流分量作为辅助变化量,获得如图 7 所述的误差变化曲线波形;数据点数作为辅助变化量,获得如图 8 所述的误差变化曲线波形。

计 测 技 术 理论与实践 · 3 ·

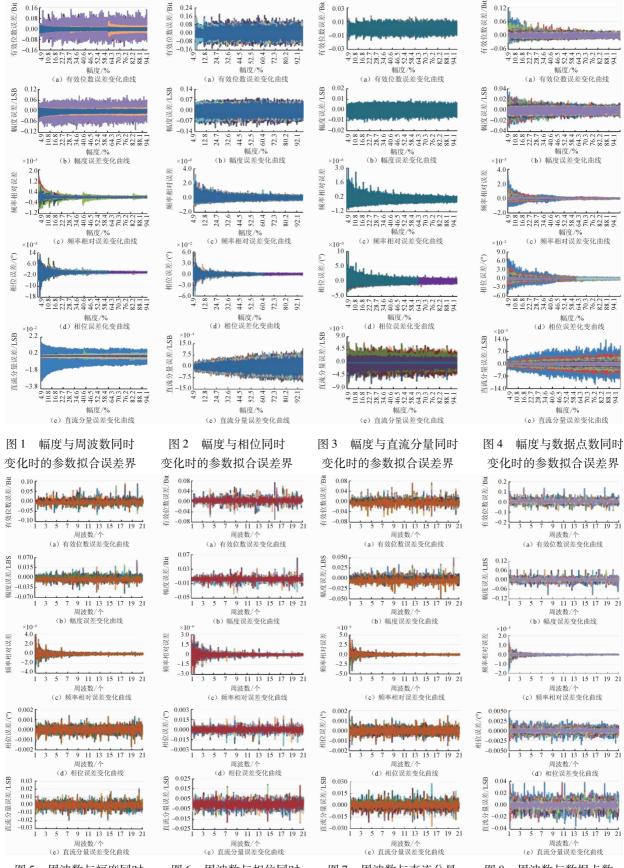


图 5 周波数与幅度同时变化时的参数拟合误差界

图 6 周波数与相位同时变化时的参数拟合误差界

图 7 周波数与直流分量 变化时的参数拟合误差界

图 8 周波数与数据点数变化时的参数拟合误差界

#### 3.2.3 初始相位作为主变化因素

以初始相位作为主变化因素时,幅度作为辅助变化量,获得如图 9 所述的误差变化曲线波形;周波数作为辅助变化量,获得如图 10 所述的误差变化曲线波形;直流分量作为辅助变化量,获得如图 11 所述的误差变化曲线波形;数据点数作为辅助变化量,获得如图 12 所述的误差变化曲线波形。

# 3.2.4 直流分量作为主变化因素

以直流分量作为主变化因素时,幅度作为辅助变化量,获得如图 13 所述的误差变化曲线波形;周波数作为辅助变化量,获得如图 14 所述的误差变化曲线波形;初始相位幅度作为辅助变化量,获得如图 15 所述的误差变化曲线波形;数据点数作为辅助变化量,获得如图 16 所述的误差变化曲线波形。

#### 3.2.5 数据点数作为主变化因素

以数据点数作为主变化因素时,幅度作为辅助变化量,获得如图 17 所述的误差变化曲线波形;周波数作为辅助变化量,获得如图 18 所述的误差变化曲线波形;初始相位作为辅助变化量,获得如图 19 所述的误差变化曲线波形;直流分量作为辅助变化量,获得如

图 20 所述的误差变化曲线波形。

## 3.3 仿真实验结果分析

# 3.3.1 有效位数误差界

从图 1(a)~图 20(a)可以看出:

- 1)数据点数是影响有效位数误差界(误差包络线)的最重要因素,总体而言,当数据点在1000点以下时,随着数据点数的增大,可导致有效位数误差界的单调变窄。当数据点在1000点以上时,误差带比较平稳,此时,有效位数误差界下界为-0.2 Bit,上界为0.5 Bit。
- 2)当幅度在量程范围内大尺度变化时,在半量程以下,且数据点数较少时(例如几千点以下),有效位数误差界随幅度增加呈缓慢下降趋势;当幅度量程比在50%以上时,误差界趋于平稳,其误差下界为-0.21 Bit,上界为0.25 Bit;若数据点数达到9000点以上,可以导致其误差下界为-0.2 Bit,上界为0.2 Bit。幅度在LSB量值尺度的微观进行变化时,有效位数误差随幅度变化呈局部周期性变化,幅度周期为1 LSB。

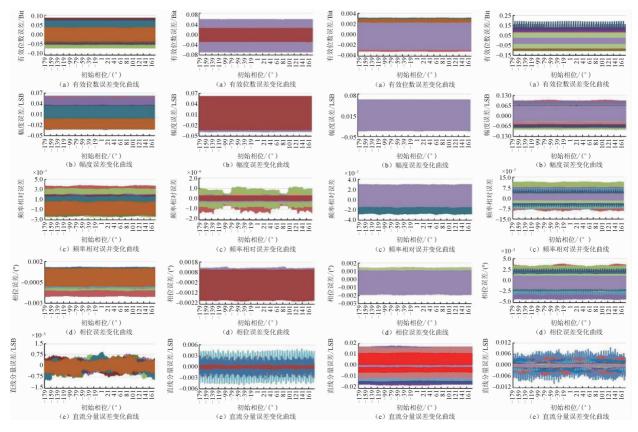


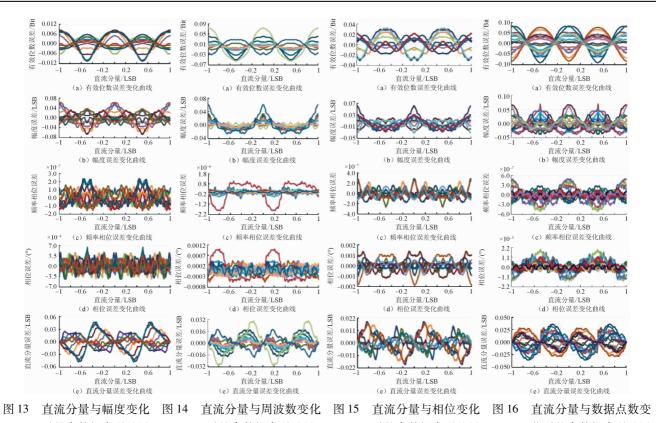
图 9 初始相位与幅度同时变化时的参数拟合误差界

图 10 初始相位与周波数 变化时的参数拟合误差界

图 11 初始相位与直流分量 变化时的参数拟合误差界

图 12 初始相位与数据点数 变化时的参数拟合误差界

计测技术 理论与实践 • 5 •



时的参数拟合误差界 时的参数拟合误差界 时的参数拟合误差界 化时的参数拟合误差界 Bit Bit Bit 0.06 0.04 0.030 有效位数误差/Bit 0.03 有效位数误差/ 有效位数误差/ 0.015 0.03 0.02 0.01 0.000 0.00 0.00 -0.01 -0.015 -0.030 3448 5122 6796 8470 10144 11818 13492 5122 6796 8470 11818 5122 6796 8 9 8470 11818 13492 3448 8470 11818 13492 数据点数/个 数据点数/个 数据点数/个 数据点数/个 (a) 有效位数误差变化曲线 (a) 有效位数误差变化曲线 (a) 有效位数误差变化曲线 (a) 有效位数误差变化曲线 0.02 0.02 0.016 0.02 幅度误差/LSB 幅度误差/LSB 幅度误差/LSB 幅度误差/LSB 0.008 0.01 0.01 0.01 0.00 0.00 0.000 0.00 -0.01 -0.01 -0.008 -0.01 -0.02 -0.02 -0.016 -0.016 -0.021774 3448 5122 6796 8470 10144 11818 13492 15166 -0.02 1774 3448 5122 6796 8470 10144 11818 10144 10144 11818 13492 15166 3448 5122 6796 8470 3448 5122 6796 8470 数据点数/个 数据点数/个 数据点数/个 数据点数/个 (b) 幅度误差变化曲线 (b) 幅度误差变化曲线 (b) 幅度误差变化曲线 (b) 幅度误差变化曲线 ×10<sup>-6</sup> 10.0 5.0 ×10<sup>-6</sup> ×10<sup>-4</sup> 3.0 <sub>1</sub> 频率相对误差 频率相对误差 頻率相对误差 頻率相对误差 1.5 1.5 0.0 0.0 0.0 -1.5-5 C -1.5 -3.0-10.0

0.010

0.005

0.000

-0.005

-0.010

相位误差/(\*)

5122 6796 8470 10144 11818 13492

数据点数/个 (c) 频率相对误差变化曲线

5122 6796 8470 10144 11818 13492

数据点数/个 (c) 频率相对误差变化曲线

0.010

0.005

0.000

-0.005

-0.010

3448 5122 6796 8470 10144 11818 13492 15166 3448 5122 6796 8470 10144 11818 13492 15166 5122 6796 8470 10144 11818 13492 15166 3448 5122 6796 8470 10144 11818 13492 15166 数据点数/个 数据点数/个 数据点数/个 数据点数/个 (d) 相位误差变化曲线 (d) 相位误差变化曲线 (d) 相位误差变化曲线 (d) 相位误差变化曲线 0.10 直流分量误差/LSB 直流分量误差/LSB 直流分量误差/LSB 直流分量误差/LSB 0.16 0.101 0.10 0.05 0.08 0.05 0.05 0.00 0.00 0.00 0.00 -0.05 -0.08 -0.05-0.05 11818 11818 13492 3448 10144 5122 9629 8470 5122 8470 13492 8470 11818 13492 8470 679 679 数据点数 数据点数/个 数据点数/个 数据点数/个 (e) 直流分量误差变化曲线 (e) 直流分量误差变化曲线 (e) 直流分量误差变化曲线 (e) 直流分量误差变化曲线 图 17 数据点数与幅度变化 图 18 数据点数与周波变化 图 19 数据点数与相位变化 图 20 数据点数与直流分量变 时的参数拟合误差界 时的参数拟合误差界 时的参数拟合误差界 化时的参数拟合误差界

8470 10144

数据点数/个 (c) 频率相对误差变化曲线

9629

11818

100 1774 5122

0.010

0.005

0.000

-0.005

2 1774

相位误差/(°)

5122 6796 8470 10144 11818 13492 15166

数据点数/个 (c) 频率相对误差变化曲线

9 3448

0.015 0.010 0.005 0.000

-0.005

-0.010

100

相位误差/(°)

- 3)有效位数误差不随周波数的变化而变化的趋势, 其误差带平稳,且存在个别跳动点,误差带下界为 -0.08 Bit,上界为0.08 Bit。
- 4) 初始相位因素对有效位数影响的误差带波动平稳,但是,幅度、周波数、直流分量等因素会影响误差带宽度和位置,其波动的误差下界为-0.1 Bit,上界为0.2Bit。
- 5)直流分量在 LSB 量值尺度进行微观变化时,有效位数误差随其变化呈周期性变化,幅度周期为1 LSB,其波动的误差下界为-0.1 Bit,上界为0.085 Bit。在直流分量变化时,其它因素的变化对误差界也有影响,按照影响由大到小,依次为幅度、数据个数、周波数、初始相位。

# 3.3.2 幅度误差界

从图 1(b)~图 20(b)可以看出:

- 1)数据点数是影响幅度误差界的重要因素,当数据点在1000点以下时,随着数据点数的增大,可导致幅度误差界的单调变窄;当数据点在1000点以上时,其误差界趋于平稳,此时,误差界下界约为-0.1 LSB,上界约为0.1 LSB。
- 2)在量程范围内大尺度变化时,幅度误差界随幅度增加呈平稳趋势,下界均为 0.2 LSB, 上界为 0.2 LSB, 其它对其影响的因素按重要性排列依次为数据个数、直流分量、初始相位、周波数。幅度在 LSB 量值尺度的微观进行变化时,幅度误差随幅度变化呈局部周期性变化,下界为 0.07 LSB, 上界为0.06 LSB, 变化周期为1 LSB, 不同幅度将改变幅度误差的量值。
- 3)周波变化给幅度误差界带来的影响比较平稳, 下界约为 - 0.06 LSB, 上界约为 0.06 LSB, 但不同的 周波的误差界差异可能较大。
- 4) 初始相位因素的影响处于平稳波动状态,不同初始相位的波动带可能有明显的宽窄和位置差异,下界为 -0.08 LSB,上界为 0.09 LSB。
- 5) 幅度误差界随直流分量的变化呈周期变化,周期为1 LSB,下界为-0.07 LSB,上界为0.06 LSB。

# 3.3.3 频率误差界

从图 1(c)~图 20(c)可以看出:

1)数据点数与周波数的结合是影响频率误差界的最重要因素。数据点数的增大,可以导致频率误差界的变窄,但并非单调变窄。1000点以上的数据点数,1/4量程以上的幅度,可以获得频率误差界下界为-1.0×10<sup>-5</sup>,上界为1.0×10<sup>-5</sup>;更窄的误差界需要更多的数据点数。

- 2) 频率误差随幅度增加呈衰减下降趋势,但不是单调下降,主要由幅度、周波数的变化确定,半量程幅度以后,其频率误差下界为-1.8×10<sup>-6</sup>,上界为2.6×10<sup>-6</sup>。
- 3)周波数增大时,频率误差随周波数增加呈震荡衰减趋势,但并不一直单调下降,其中,与初始相位结合的影响比其它因素显著,4个周波以上时,频率误差下界为-1.5×10<sup>-5</sup>、上界为1.5×10<sup>-5</sup>。
  - 4)初始相位、直流分量因素的影响可以忽略。

# 3.3.4 初始相位误差界

从图 1(d)~图 20(d)可以看出:

- 1)数据点数与周波数的结合,是影响初始相位误差界的最重要因素,数据点数的增大,可以导致初始相位误差界的变窄,但并非单调变窄。1000点以上的数据点数,其误差界下界为-0.06°,上界为0.06°;更窄的误差界需要更多的数据点数。
- 2) 初始相位误差随幅度增加呈衰减下降趋势,但不单调下降,主要由幅度、周波数的变化确定,下界为 -0.018°,上界为 0.014°;半量程以上的幅度,可以降为下界为 -0.001°,上界为 0.001°。
- 3)当周波数变化时,初始相位误差界比较平稳,下界为-0.001°,上界为0.001°;在数据个数较低时,会有较大跳变,下界为-0.0025°,上界为0.0025°。
- 4) 初始相位误差界,随初始相位本身、直流分量等各种因素影响而变化的规律均为平稳。下界为-0.002°,上界为0.002°;当数据个数较少时,会有增加,可达下界为-0.005°,上界为0.005°。

# 3.3.5 直流分量误差界

从图 1(e)~图 20(e)可以看出:

- 1)数据点数是影响直流分量误差界的重要因素之一,在1000点以下,数据点数的增大,可以导致直流分量误差界的变窄;1000点以上,其误差界比较平稳,下界为-0.05LSB,上界为0.05LSB。
- 2)0值的直流分量误差界随幅度增加呈缓慢上升趋势,主要由于幅度上升后,接近0值的直流分量与其相差悬殊,运算舍入误差造成,下界为-0.014 LSB,上界为0.014 LSB;非0值的直流分量误差界量值由幅度、直流分量组合变化确定,幅度大尺度变化时,误差界比较平稳,下界为-0.08 LSB,上界为0.08 LSB;随着直流分量的不同,误差界宽度与位置呈较多的变化。
- 3)周波数为2及以上时,同一周波数,直流分量 误差界随幅度增加呈缓慢增加规律性变化;而不同周 波数时,直流分量误差界有显著不同,并无单调趋

势; 当周波数为1时, 幅度直流分量误差界有显著性增大, 且误差界变化的规律为随幅度增加呈缓慢下降趋势。

4) 初始相位因素对直流分量误差的影响可以忽略,

下界为 - 0.005 LSB, 上界为 0.005 LSB。

5) 直流分量在 LSB 尺度的微观变化将导致其自身 误差较大变化,局部具有周期性特征,以1 LSB 为周期,下界为-0.02 LSB,上界为0.02 LSB。

表1 正弦拟合参数的条件误差界(12Bit A/D)

有效位数误差/Bit 幅度误差/LSB			/LSB	频率相对误差		相位误差/(°)		直流分量误差/LSB		备注
下界	上界	下界	 上界	下界	 上界	下界	上界	下界	上界	变动条件
-0.14	0. 15	-0.11	0. 09	$-7.1 \times 10^{-6}$	1.6 × 10 <sup>-5</sup>	$-1.8 \times 10^{-2}$	1. 3 × 10 <sup>-2</sup>	$-3.0 \times 10^{-2}$	1.5 × 10 <sup>-2</sup>	幅度、周波数;图1,去除边缘部分
-0.15	0. 20	-0.12 0	0. 087	$-1.1 \times 10^{-6}$	$3.2 \times 10^{-6}$	$-6.0 \times 10^{-2}$	$5.7 \times 10^{-2}$	$-1.0 \times 10^{-3}$	$1.2 \times 10^{-3}$	幅度、相位;图2,去除边缘部分
-0.18	0.18	-0.12	0. 10	$-7.5 \times 10^{-7}$	$3.0 \times 10^{-6}$	$-4.0 \times 10^{-3}$	$1.0 \times 10^{-2}$	$-7.6 \times 10^{-2}$	7. $7 \times 10^{-2}$	幅度、直流分量;图3
-0.33	0.86	-0.31	0. 33	$-1.0 \times 10^{-5}$	$3.1 \times 10^{-5}$	$-5.8 \times 10^{-2}$	6. $2 \times 10^{-2}$	$-1.2 \times 10^{-2}$	$1.4 \times 10^{-2}$	幅度、数据点数;图4,去除边缘部分
-0.06	0.08	-0.056 0	0. 053	$-2.4 \times 10^{-6}$	$3.0 \times 10^{-6}$	$-1.6 \times 10^{-3}$	$1.4 \times 10^{-3}$	$-2.0 \times 10^{-2}$	2. $1 \times 10^{-2}$	周波、幅度;图5,去除边缘部分
-0.070	0.073	-0.037 0	0. 061	$-3.0 \times 10^{-6}$	$3.0 \times 10^{-6}$	$-2.4 \times 10^{-3}$	$2.0 \times 10^{-3}$	$-1.8 \times 10^{-2}$	$1.8 \times 10^{-2}$	周波、相位;图6,去除边缘部分
-0.058	0.074	-0.05	0. 05	$-4.1 \times 10^{-6}$	$3.3 \times 10^{-6}$	$-1.5 \times 10^{-3}$	$1.5 \times 10^{-3}$	$-2.7 \times 10^{-2}$	$2.8 \times 10^{-2}$	周波、直流分量;图7,去除边缘部分
-0.086	0. 14	-0.091 0	0. 062	$-1.7 \times 10^{-5}$	$1.6 \times 10^{-5}$	$-3.4 \times 10^{-3}$	$3.2 \times 10^{-3}$	$-3.5 \times 10^{-2}$	$4.0 \times 10^{-2}$	周波、数据点数;图8
-0.063	0.085	-0.030 0	). 059	$-2.4 \times 10^{-7}$	$3.8 \times 10^{-7}$	$-2.2 \times 10^{-3}$	$1.1 \times 10^{-3}$	$-9.4 \times 10^{-4}$	9. 1 $\times$ 10 $^{-4}$	相位、幅度;图9
-0.067	0.056	-0.037 0	0. 062	$-1.4 \times 10^{-6}$	$1.2 \times 10^{-6}$	$-1.9 \times 10^{-3}$	$1.3 \times 10^{-3}$	$-4.9 \times 10^{-3}$	$4.9 \times 10^{-3}$	相位、周波;图10
-0.031	0.031	-0.031 0	0. 061	$-2.8 \times 10^{-7}$	$3.0 \times 10^{-7}$	$-1.9 \times 10^{-3}$	$1.4 \times 10^{-3}$	$-1.7 \times 10^{-2}$	$1.8 \times 10^{-2}$	相位、直流分量;图11
-0.10	0. 19	-0.083 0	0. 092	$-9.2 \times 10^{-7}$	$1.2 \times 10^{-6}$	$-4.2 \times 10^{-3}$	$3.8 \times 10^{-3}$	$-9.6 \times 10^{-3}$	9. $6 \times 10^{-3}$	相位、数据点数;图12
-0.10	0.085	-0.066 0	0.056	$-1.6 \times 10^{-7}$	$2.3 \times 10^{-7}$	$-4.5 \times 10^{-4}$	6. $5 \times 10^{-4}$	$-4.9 \times 10^{-2}$	$4.6 \times 10^{-2}$	直流分量、幅度;图13
-0.055	0.074	-0.026 0	0. 061	$-1.9 \times 10^{-6}$	$9.9 \times 10^{-7}$	$-5.7 \times 10^{-4}$	$1.0 \times 10^{-3}$	$-3.1 \times 10^{-2}$	3. 1 $\times$ 10 $^{-2}$	直流分量、周波;图14
-0.031	0.032	-0.032 0	0.060	$-2.6 \times 10^{-7}$	$2.8 \times 10^{-7}$	$-1.9 \times 10^{-3}$	$1.4 \times 10^{-3}$	$-1.9 \times 10^{-2}$	$1.8 \times 10^{-2}$	直流分量、相位;图 15
-0.092	0.082	-0.042 0	0.070	$-5.1 \times 10^{-7}$	$5.0 \times 10^{-7}$	$-1.6 \times 10^{-3}$	$2.0 \times 10^{-3}$	$-3.6 \times 10^{-2}$	3. $7 \times 10^{-2}$	直流分量、数据点数;图 16
-0.13	0. 20	-0.011 0	0. 011	$-1.1 \times 10^{-6}$	$1.7 \times 10^{-6}$	$-6.7 \times 10^{-3}$	$5.0 \times 10^{-3}$	$-5.3 \times 10^{-2}$	$5.4 \times 10^{-2}$	数据点数、幅度;图17,去除边缘部分
-0.15	0. 20	-0.076 0	0. 093	$-8.0 \times 10^{-6}$	$8.9 \times 10^{-6}$	$-9.1 \times 10^{-3}$	$8.5 \times 10^{-3}$	$-1.0 \times 10^{-2}$	$1.3 \times 10^{-2}$	数据点数、周波;图18
-0.14	0. 20	-0.13	0. 18	$-1.5 \times 10^{-6}$	$1.7 \times 10^{-6}$	$-7.8 \times 10^{-3}$	6. $2 \times 10^{-3}$	$-7.9 \times 10^{-2}$	$8.3 \times 10^{-2}$	数据点数、相位;图 19,去除边缘部分
-0.25	0.30	-0.16	0. 16	-1.6×10 <sup>-6</sup>	$1.6 \times 10^{-6}$	$-6.1 \times 10^{-3}$	$6.9 \times 10^{-3}$	$-6.3 \times 10^{-2}$	$5.6 \times 10^{-2}$	数据点数、直流分量;图 20,去除边缘部分

# 4 问题讨论

上述过程,是提取出幅度、周波数、相位、直流 分量和数据点数作为变动参量,使用有效位数误差、 幅度误差、频率相对误差、相位误差和直流分量误差 作为正弦拟合结果的指标参量。并以其中每一参量作 为主变动因素,其它四项参量作为辅助变量的情况进 行了二维搜索,揭示了双变量组合变化情况下的各个 指标参量误差界的变化情况,获得了不同组合实验条 件下的误差界测量曲线。结果表明: 1) 拟合序列的数据点数仍然是最重要的测量条件, 也是影响拟合结果的误差界的主导条件,若想获得更 高准确度的拟合结果,通常需要更多的数据点数。就 本文所述的有 20 个周波的测量序列而言,8000 点以上 的数据点数可以获得更良好的拟合结果。

对于随机噪声的影响而言,拟合序列的数据点数的增加,可以导致拟合结果误差界的单调下降,而本文的实验表明,对于量化误差的影响而言,并未完全呈现出同样的单调规律,具体原因需要将来进一步研究予以解决。

2)波形幅度是指其相对量程范围的占比而言,实验表明,相对于相邻幅度,拟合频率误差和拟合相位误差均较大,并且这样的幅度规则出现,原因不明,需要进一步研究予以解决。超过半量程以后幅度的信号波形,其拟合误差界趋于平稳。因此,测量活动应尽量选择半量程以上覆盖率的幅值进行。

3)周波数的影响实际上体现的是采样速率和信号 频率比的影响,实验表明,只有频率拟合误差随周波 数的增加呈震荡衰减趋势,并且周波数越小,变化趋 势越显著,在10个周波以后的变化趋势趋于平稳。某 些周波点上,误差界会有突然增大的现象,具体原因 需要进一步研究。

若想获得较小的拟合误差,则应适当提高拟合序列周波数,至少应为2个周波以上;和多周波条件相比,2个以下的周波数将使得拟合误差显著升高。

对于频率以外的其它参数,非整数的周波数变化, 会给误差界带来小幅波动;但误差带的总体趋势平稳, 随周波数变动没有明显趋势性变化。

4) 初始相位的变化,对每一个参量拟合的影响都处于变化状况,当其它因素固定时,仅由初始相位变化导致的各个参数误差带波动平稳。但其它因素变化后,由初始相位变化导致的各个参数误差带宽度和位置可以有较大变化。

其对于有效位数误差带的影响约为  $\pm$  0. 1 Bit; 对于幅度拟合误差带的影响约为  $\pm$  0. 1 LSB; 对于频率拟合误差带的影响约为  $\pm$  1. 0 × 10  $^{-6}$ ; 对于初始相位拟合误差带的影响约为  $\pm$  0. 0042°; 对于直流分量拟合误差带的影响约为  $\pm$  0. 01 LSB。

5)直流分量的变化,本文只关注到了 LSB 量值范 围的变化带来的影响,在该尺度上,它的变化给每一 个参量的误差带均带来周期性影响,给其它参量误差 带的影响均呈现明显的对称性,而给直流分量自己的 误差带的影响则具有反称性特征。

配合其它因素的变动,直流分量的微观变化可对有效位数造成的误差带的影响约为  $\pm$  0. 1 Bit; 对于幅度拟合误差带的影响约为  $\pm$  0. 1 LSB; 对于频率拟合误差带的影响约为  $\pm$  5. 0  $\times$  10  $^{-7}$ ; 对于初始相位拟合误差带的影响约为  $\pm$  0. 002°; 对于直流分量拟合误差带的影响约为  $\pm$  0. 05 LSB。

6) 若在实际工作中,并不需要获得全部上述 5 个 参量,而仅仅需要其中某一个参量的高精度结果,例 如有效位数,则可以根据该参量的影响因素显著程度, 只注意调控和构建所需要的影响量条件即可,其它可 以自由选取,不必全盘考虑,将使得实验设计更加容易些。

通过和 4 Bit 及 8 Bit A/D 量化的仿真数据相比,12 Bit 量化的误差界有着很多不同的特征。其中,最大特征是幅度变化和直流分量变化对误差界的影响占比变弱,而初始相位变化对误差界影响的占比增强,并且,误差界的变化趋势更趋平稳,误差界的量值也有很大差异,尚无普适性规律,很难使用一个代替另外一个,需要分别搜索和应用。

# 5 结论

文章通过大量仿真实验,对使用 12 Bit A/D 转换器的测量系统所得的正弦测量序列,在波形拟合中获得的幅度、频率、初始相位、直流分量和有效位数 5个参数的拟合误差界进行了搜索研究,给出了误差界随波形幅度、周波数、初始相位、直流分量、数据点数等不同组合条件而变化的曲线,揭示出其变化规律。

例如,频率拟合误差界随幅度宏观上升变化而呈现出的总体下降趋势;随幅度和直流分量在 LSB 尺度的微观变化呈现出的周期性变化规律;随周波数、数据点数上升而呈现出的总体下降趋势;并发现了误差规律随幅度、周波数、数据点数上升过程中的非单调现象;总结出了显著影响量和非显著影响量。对正弦拟合参量的不确定度评估和误差界定具有重要意义和价值。另外,对于拟合参数误差有明确要求的场合,可以通过构筑相适应的测量条件获得预期结果。由于使用 12 Bit A/D 转换器的数据采集系统众多,正弦拟合越来越成为高精度测量分析的重要手段,因而,本文获得的结论将拥有良好的实际应用前景。

## 参考文献

- [1] IEEE Std 1057 1994 IEEE standard for digitizing waveform recorders [S]. 1994.
- [2] 梁志国, 孙璟宇. 正弦波模型化测量方法及应用[J]. 计测技术, 2001, 21(6): 3-7, 16.
- [3] 梁志国. 残周期正弦波形参数拟合及其应用[J]. 计测技术, 2015, 35(5): 19-23.
- [4] 齐国清,吕健.正弦曲线拟合若干问题探讨[J]. 计算机工程与设计,2008,29(14):3677-3680.
- [5] 王慧. HHT 方法及其若干应用研究[D]. 合肥: 合肥工业大学. 2009.
- [6] 桑龙, 陈静. 基于正弦曲线拟合算法的 ADC 测试改进方法[J]. 电讯技术, 2010, 50(2): 69-72.
- [7] 梁志国, 王雅婷, 吴娅辉. 基于四参数正弦拟合的放大器

计 测 技 术 理论与实践 ・9・

延迟时间的精确测量[J]. 计量学报, 2019, 40(6): 1101-1106.

- [8] 梁志国, 邵新慧. 基于残周期正弦拟合的振动参数测量[J]. 振动与冲击, 2013, 32(18): 91-94.
- [9] 林俊武. 高速 A/D 转换的动态精度研究[D]. 福州:福州大学, 2005.
- [10] 梁志国,朱振宇. 非均匀采样正弦波形的最小二乘拟合算法[J]. 计量学报, 2014, 35(5): 494-499.
- [11] Std I. IEEE Standard for Terminology and Test Methods for Analog-to-Digital Converters [C]//IEEE Std 1241 2000. IEEE, 2002.
- [12] 梁志国,武腾飞,张大鹏,等.残周期正弦波拟合中信噪比影响的实验研究[J]. 计量学报,2013,34(5):474-479.
- [13] 张智慧. ADC 的测量不确定度评估方法研究[D]. 西安: 陕西科技大学, 2015.
- [14] 陈淑红, 袁晓峰, 余维荣, 等. 曲线拟合法失真度测量的 不确定度分析[J]. 计算机测量与控制, 2005, 13(04): 317-320.
- [15] 梁志国, 孙璟宇. 动态有效位数评价结果的不确定度[J]. 计量技术, 2000(05): 49-51.
- [16] Chiorboli G, Franco G. Uncertainties in quantization-noise estimates for analog-to-digital converters [J]. Instrumentation & Measurement IEEE Transactions, 1997, 46(1): 56-60.
- [17] 梁志国,朱济杰.量化误差对周期信号总失真度评价的影响及修正[J].仪器仪表学报,2000,21(6):640-643.
- [18] John P Deyst, T Michael Soulders, Otis M Solomon. Bounds on Least-Squares Four-Parameter Sine-Fit Errors Due to Harmonic Distortion and Noise [J]. IEEE Transaction on Instrumentation & Measurement, 1995, 44(3): 637-642.

- [19] Handel P. Properties of the IEEE-STD 1057 four-parameter sine wave fit algorithm [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2000, 49(6): 1189 1193.
- [20] 梁志国. 正弦波形参量对 ADC 有效位数评价的影响[J]. 计量学报, 2017, 38(1): 91-97.
- [21] 梁志国. 正弦波拟合参数的不确定度评定[J]. 计量学报, 2018, 39(6): 888-894.
- [22] 梁志国, 孙璟宇, 盛晓岩. 正弦信号发生器波形抖动的一种精确测量方法, 仪器仪表学报, 2004, 25(1): 23-29.

收稿日期: 2020 - 09 - 20

# 作者简介



梁志国(1962 -), 男, 黑龙江巴彦人, 1983 年于北京航空学院电子工程系雷达与导航专业, 获工学学士学位, 1988 年毕业于航空航天部第 304 研究所飞行器仪表与测试专业, 获工学硕士学位, 2010 年毕业于北京航空航天大学仪器科学与光电工程学院测试计量技术与仪器专业, 获工学博士学位。全国无线电计量技术委员会委员;

中国计量测试学会电子计量专业委员会委员;全国误差与不确定度研究会理事会理事;中国空气动力学会测控专业委员会委员;中国航空工业集团公司特级专家;中国航空工业集团公司基础技术研究院首席专家;北京长城计量技术研究所金牛特级专家;国防计量检定员,国防计量主考员,国家计量许可证考评员,国家计量标准一级考评员,国家一级注册计量师。北京长城计量测试技术研究所计量与校准技术重点实验室研究员,博士研究生导师。主要研究方向为数字化测量与校准,模式识别,动态校准,精确测量。已在各种杂志发表文章170余篇。