

doi: 10.11823/j.issn.1674-5795.2015.03.04

拉曼光频移对原子干涉测量中原子数的影响

李超辰, 王宇, 武腾飞, 茹宁, 季俊云

(中航工业北京长城计量测试技术研究所, 北京 100095)

摘 要: 冷原子干涉测量技术在重力加速度测量等领域已经超越传统测量方法, 成为量子精密测量的重要发展方向。在干涉测量过程中, 由于原子受到重力场影响, 速度不断变化, 因此激光相对原子具有多普勒频移效应。本文通过对原子跃迁概率及速度选择的理论分析, 计算了在拉曼激光脉冲持续时间内, 由于多普勒频移造成的原子跃迁概率改变。进而, 具体计算了 $\pi/2 - \pi - \pi/2$ 干涉方案中, 频移造成的有效原子数损失, 及其对于干涉条纹对比度产生的影响。

关键词: 冷原子干涉测量; 多普勒频移; 有效原子

中图分类号: TB939; TB96; O4

文献标识码: A

文章编号: 1674-5795(2015)03-0019-05

Atom Loss Caused by Raman Frequency Shift in Atom Interferometry

LI Chaochen, WANG Yu, WU Tengfei, RU Ning, JI Junyun

(Changcheng Institute of Metrology & Measurement, Beijing 100095, China)

Abstract: Precision measurement using cold atom has surpassed the traditional method, and become an important trend of current quantum precision measurement. Due to gravity, velocity of atoms changes continuously, and therefore, Doppler shift effect should be considered. In this paper, the probability of atom transition and velocity selective effect has been theoretically analyzed and calculated during the Raman pulse duration. Furthermore, the loss of the active atom of $\pi/2 - \pi - \pi/2$ scheme has been estimated, as well as the decay of the fringe contrast caused by atom loss.

Key words: cold atom interference measurement; Doppler shift; effective atom

0 引言

随着激光冷却技术的不断发展, 冷原子干涉技术在重力加速度精密测量等领域获得成功应用^[1], 展示出了极大的发展潜力。在冷原子干涉测量过程中, 影响测量结果精度的因素众多, 激光相对原子运动的多普勒频移是其中一项。在原子受重力自由下落过程中, 由于速度以重力加速度变化, 因此感受的激光频率也相应发生变化。普遍情况下, 原子的自由下落过程中会受到三次脉冲激光照射, 各个冷原子干涉测量研究小组都会对这三次激光脉冲的频率进行精确的多普勒频移补偿。但是, 由于作用于原子的脉冲激光持续时间极短(μs 量级), 在这段极短时间内, 原子依然产生

速度变化, 如果用固定频率激光脉冲照射, 即使进行了多普勒频移补偿, 原子真实感受到的激光频率仍会因多普勒频移效应而存在啁啾。对这一光频率变化的处理, 各个研究团队的做法并不一致^[1-6]。在原子整个下落过程中, 用扫频方式补偿多普勒频移是普遍的做法, 但扫频的具体参数, 决定了光脉冲时间内, 频移是否以及如何被补偿, 当扫频间隔超过拉曼脉冲持续时间($10\ \mu\text{s}$ 量级)时, 脉冲持续时间内多普勒频移无法被补偿, 这一点在绝大部分文献中都没有被明确分析过。例如, S. Chu 曾在文章^[7]中提到过脉冲持续时间内多普勒效应问题, 但主要为定性描述, 没有具体的过程介绍或结果影响分析。国内中科院数物所曾研究过专门用于冷原子干涉的声光调制器信号驱动, 提及其扫描步进时间为 $6.6\ \text{ns}$, 信号调节响应时间 $107\ \mu\text{s}$, 但公开发表的文章中并未给出微秒量级的微波扫频信号信息, 以及关于扫频脉冲过程中的多普勒补偿问题。

本文就拉曼激光脉冲持续时间内, 原子相对运动

收稿日期: 2015-4-28; **修回日期:** 2015-05-12

基金项目: 中国航空工业集团创新基金资助项目(2012F30415R); 中国航空工业集团创新基金资助项目(2014F30443R)

作者简介: 李超辰(1989-), 男, 助理工程师, 硕士, 主要从事精密测量中光学理论的研究。

产生的多普勒频移展开研究,通过分析频移对原子团跃迁概率的影响,计算有效原子的损失,推算其对于干涉测量条纹对比度产生的影响。

1 基本原理

1.1 冷原子干涉测量原理

干涉是波动性的结果,常见的光波、机械波都存在干涉。由量子力学预言,实物粒子也具有波动性,即人们熟知的德布罗意物质波,因此,实物粒子也同样可以发生干涉现象,并被用于干涉测量。

原子物质波的干涉分外态与内态干涉,这里讨论内态干涉,即利用原子能级跃迁产生的干涉^[6]。将原子模型简化为忽略自发辐射的二能级系统,原子内态干涉操作采用普遍的拉曼脉冲型干涉方式,如图 1 所示。

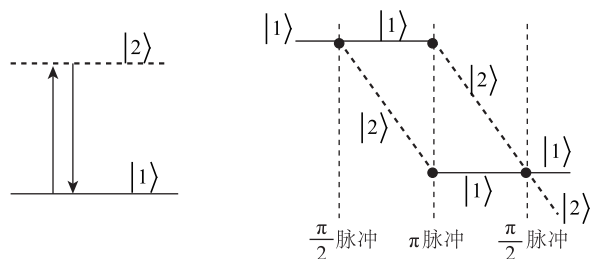


图 1 原子干涉的能级跃迁过程

原子波函数初始处于 1 态,经过一束拉曼 $\pi/2$ 脉冲作用,原子波函数分裂,原子拥有 50% 的概率处于 1 态,50% 的概率处于 2 态。经过一段时间 T 的自由飞行后,原子再次与一束拉曼 π 脉冲作用,处于 1 态的波函数附加拉曼光相位信息后跃迁到 2 态,处于 2 态的波函数同样附加拉曼光相位信息后跃迁回到 1 态,由于两部分波函数所处空间位置不同,其携带的拉曼光相位信息也因而不同。再经过一段时间 T 的自由飞行后,原子与第三束拉曼 $\pi/2$ 脉冲作用,两部分波函数分别产生分裂,得到 4 部分波函数。其中,同处于同一能态的两个波函数相干叠加,叠加干涉的结果体现在原子在不同态上的存在概率。因此,通过探测原子处于 1, 2 态概率即可获得不同路径原子波函数携带的拉曼激光相位信息,进而得到重力加速度量值。

1.2 原子与拉曼激光的作用^[7]

考虑常用的⁸⁷Rb 原子,其三能级跃迁如图 2 所示,其中基态($S_{1/2}$)具有两个超精细能级($F=1$ 及 $F=2$),激发态为 $P_{3/2}$ 。

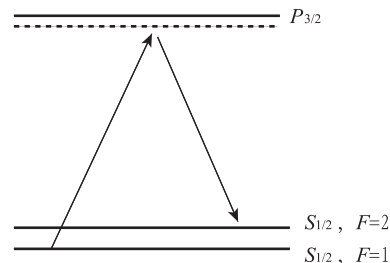


图 2 ⁸⁷Rb 拉曼跃迁能级

在实际过程中,原子向 $P_{3/2}$ 的跃迁存在一个失谐 Δ ,以抑制自发辐射。将该三能级系统简化为二能级系统,原子状态由波函数 $|\psi\rangle$ 定量描述,则该系统内的任意原子波函数可表示为

$$|\psi(t)\rangle = c_2(t)e^{-i\omega_2 t}|2\rangle + c_1(t)e^{-i\omega_1 t}|1\rangle \quad (1)$$

式中: c_1, c_2 模的平方代表原子处于 1 态、2 态的概率, $|1\rangle, |2\rangle$ 为原子处于 1, 2 能级的本征波函数, ω_1, ω_2 为能级本征角频率。考虑到对于二能级系统,拉曼激光将等效为微波,其微波角频率 ω 为两激光的角频率 ω_{1r} 与 ω_{2r} 之差,有

$$\omega = \omega_{2r} - \omega_{1r}, (\omega_{2r} > \omega_{1r}) \quad (2)$$

当原子受到拉曼光照射时,系统哈密顿量中应存在定态项 H_0 和相互作用项 H_i ,用来定量表示激光对原子的作用,于是哈密顿量整体成为

$$\hat{H}(t) = H_0 + H_i(t) = \begin{bmatrix} \hbar\omega_2 & -\mathbf{d}_{21} \cdot \mathbf{E} \\ -\mathbf{d}_{12} \cdot \mathbf{E} & \hbar\omega_1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中: $\mathbf{d}_{21}$ 与 $\mathbf{d}_{12}$ 分别为 1, 2 能级间跃迁电偶极矩; $\hbar$ 为普朗克常数; $\mathbf{E}$ 为激光的光电场,是位置矢量 $\mathbf{r}$ 和时间 t 的函数。有

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2}\mathbf{E}_0[e^{-i(\omega t + \varphi_0)} + e^{i(\omega t + \varphi_0)}] \quad (4)$$

式中: $\mathbf{E}_0$ 为光电场振幅; φ_0 为初相位。一般的,若 $\mathbf{d} = \mathbf{d}_{21} = \mathbf{d}_{12}$, 分别定义拉比频率 Ω 及其复数共轭 Ω^* 、共振角频率 $\bar{\omega}$ 和激光失谐 δ , 有

$$\begin{aligned} \Omega &= \Omega^* = \frac{\langle 2 | \mathbf{d} \cdot \mathbf{E}_0 | 1 \rangle}{\hbar} \\ \bar{\omega} &= \omega_2 - \omega_1 \geq 0 \\ \delta &= \omega - \bar{\omega} \end{aligned} \quad (5)$$

一并代入薛定谔方程,并利用旋波近似得到最终的微分方程为

$$\begin{cases} \frac{dc_1(t)}{dt} = i\frac{\Omega^*}{2}e^{i(\delta t + \varphi_0)}c_2(t) \\ \frac{dc_2(t)}{dt} = i\frac{\Omega}{2}e^{-i(\delta t + \varphi_0)}c_1(t) \end{cases} \quad (6)$$

上述二元微分方程组可化为一元二次齐次微分方

程, 求解得到通解并代入两态初始条件 $c_1(0) = 1$, $c_2(0) = 0$ 得到

$$c_1(t) = \left(\cos \frac{\sqrt{\Omega^2 + \delta^2} t}{2} - i \frac{\delta}{\sqrt{\Omega^2 + \delta^2}} \sin \frac{\sqrt{\Omega^2 + \delta^2} t}{2} \right) e^{\frac{1}{2} i \delta t}$$

$$c_2(t) = \frac{\Omega}{\sqrt{\Omega^2 + \delta^2}} \sin \frac{\sqrt{\Omega^2 + \delta^2} t}{2} e^{\frac{-1}{2} i \delta t} \quad (7)$$

则 1 态、2 态的分布概率分别为

$$p_2 = |c_2|^2 = \frac{\Omega^2}{\delta^2 + \Omega^2} \sin^2 \left(\sqrt{\Delta^2 + \Omega^2} \frac{t}{2} \right) \quad (8)$$

$$p_1 = 1 - p_2$$

公式(8)表示拉曼光与原子作用时, 原子在 1, 2 能级的分布概率 p_1 , p_2 的定量关系。易知, 随着拉曼光的持续照射, 原子将在 1, 2 能级间不停地振荡。

2 拉曼光多普勒频率啁啾

在实际情况中, 因为光子本身具有动量, 当原子(核外电子)吸收光子由低能级跃迁至高能级; 或放出光子, 由高能级跃迁至低能级, 必然伴随自身速度的变化。另外, 一团原子气体即使经过激光冷却, 温度达到 μK 量级, 也具有约 100 mm/s 的平均速度, 这些都会使原子感受到的激光频率受到多普勒效应的影响。

因此, 当考虑到原子速度的改变时, 将动量作为一个新指标引入波函数, 相应的二能级系统本征波函数表示为 $|1, \mathbf{p} - \hbar \mathbf{k}_{1r}\rangle$, $|2, \mathbf{p} + \hbar \mathbf{k}_{2r}\rangle$, 表示在动量 $\mathbf{p}$ 附加了一个光子反冲动量。经过类似推导, 得到原子能级跃迁概率^[8]为

$$c_1(p, t_0 + t) = \left[\cos\left(\frac{\omega' t}{2}\right) + \frac{i}{\omega'} \left(\frac{|\Omega_1|^2}{\Delta} - \frac{|\Omega_2|^2}{\Delta} - \delta \right) \sin\left(\frac{\omega' t}{2}\right) \right] c_1(p, t_0) + \frac{i}{\omega'} \frac{2\Omega_1\Omega_2^*}{\Delta} \sin\left(\frac{\omega' t}{2}\right) e^{i\delta_0} c_2(p, t_0)$$

$$c_2(p, t_0 + t) = \frac{i}{\omega'} \frac{2\Omega_1^*\Omega_2}{\Delta} \sin\left(\frac{\omega' t}{2}\right) e^{-i\delta_0} c_1(p, t_0) + \left[\cos\left(\frac{\omega' t}{2}\right) - \frac{i}{\omega'} \left(\frac{|\Omega_1|^2}{\Delta} - \frac{|\Omega_2|^2}{\Delta} - \delta \right) \sin\left(\frac{\omega' t}{2}\right) \right] c_2(p, t_0) \quad (9)$$

其中,

$$\omega' = \sqrt{\left(\frac{|\Omega_1|^2}{\Delta} - \frac{|\Omega_2|^2}{\Delta} - \delta \right)^2 + 4 \frac{|\Omega_1|^2 |\Omega_2|^2}{\Delta^2}}$$

$$\Delta \equiv \left[\frac{p^2}{2M\hbar} + \omega_{31} - \frac{(p - \hbar k_{1r})^2}{2M\hbar} \right] - \omega_{1r}$$

$$\delta \equiv \left[\frac{(p - \hbar k_{1r})^2}{2M\hbar} - \omega_{21} - \frac{(p + \hbar k_{2r})^2}{2M\hbar} \right] - (\omega_{2r} - \omega_{1r}) \quad (10)$$

式中: M 为 Rb 原子质量; Δ 为中间能级的失谐; ω_{ij} 表示 i, j 能级间本征频率差; Ω_1, Ω_2 为从两个超精细基态跃迁至中间态的拉比频率。式(9)的物理含义是, 当原子初始处于 $[c_1(t_0), c_2(t_0)]$ 状态时, 若存在一组角频率为 ω 、光电场振幅为 E 的拉曼激光稳定作用于原子, 则原子将以式(9)所述的规律在 1, 2 两能级间跃迁。

现在考虑冷原子团在干涉测量过程中与激光相互作用存在的多普勒频移情况。首先, 假设拉曼脉冲作用时间极短, 忽略脉冲持续过程中原子的速度变化, 在三次拉曼激光照射冷原子团的时刻, 原子因为自由落体运动(不考虑上抛, 初始时刻速度为 0 m/s), 速度一直在增加。不妨设脉冲间隔时间 $T = 1\text{s}$, 当地重力加速度 $g = 9.801\text{ m/s}^2$, 则原子在三个时刻的速度分别为 0, 9.801, 19.602 m/s。原子感受到的由两束对射激光组成的拉曼光频率为

$$f_r' = f_{2r}' - f_{1r}'$$

$$= f_{2r} \left(1 + \frac{v_z}{c} \right) - f_{1r} \left(1 - \frac{v_z}{c} \right)$$

$$= f_r + \frac{v_z}{c} (f_{2r} + f_{1r}) \quad (11)$$

式中: v_z 为原子纵向速度(沿 z 轴); f_{2r}', f_{1r}' 为拉曼光两频率各自的多普勒频移; f_r 为无多普勒频移时的基础频率, f_{1r}, f_{2r} 为拉曼激光频率。以图 2 中的⁸⁷Rb 跃迁为例, $f_{1r} = 6.834\text{ GHz}$, $\Delta f = \frac{2v_z}{c} (f_{2r} + f_{1r})$, 对应原子三

个时刻速度的拉曼光多普勒频移 f_r' 分别为 0 Hz, 25.1 MHz 和 50.2 MHz。实验上, 可以通过声光晶体等光学移频方法, 对上述多普勒频移进行补偿。

激光的精确移频需要微波频率源产生标准信号, 这个信号的质量越高, 对整个测量系统引入的误差就越小。因为激光直接与原子相互作用, 因此, 光学噪声应予以尽量降低。在拉曼激光脉冲的数十微秒量级的持续时间内, 精确调节标准微波信号并压制噪声, 需要额外的电学设计。如果使用固定频率标准微波信号, 即固定拉曼激光频率, 本节后半部分将计算脉冲持续时间内, 多普勒频移效应对原子跃迁影响的大小。

由于式(9)给出的是固定频率拉曼激光作用下原子的跃迁规律, 而原子感受到的是频率存在啁啾变化的拉曼光, 因此文本采用类似微分的方式对其进行数值迭代计算。

设任意时刻 t_0 , 原子处于 $[c_1(t_0), c_2(t_0)]$ 态, 经

角频率差为 ω 的拉曼光作用 dt 时间, 原子处于 $[c_1(t_0 + dt, \omega), c_2(t_0 + dt, \omega)]$ 态。若 dt 趋于零, 则 ω 趋于 ω_0 , 可以利用 ω_0 替代 ω , 原子态表示为 $[c_1(t_0 + dt, \omega_0), c_2(t_0 + dt, \omega_0)]$ 。利用上述方法, 采用 Matlab 数值迭代计算拉曼光频率啁啾下的原子跃迁概率变化规律, 过程如图 3 所示, 只要选择 dt 的大小, 控制数值偏差在允许范围即可。

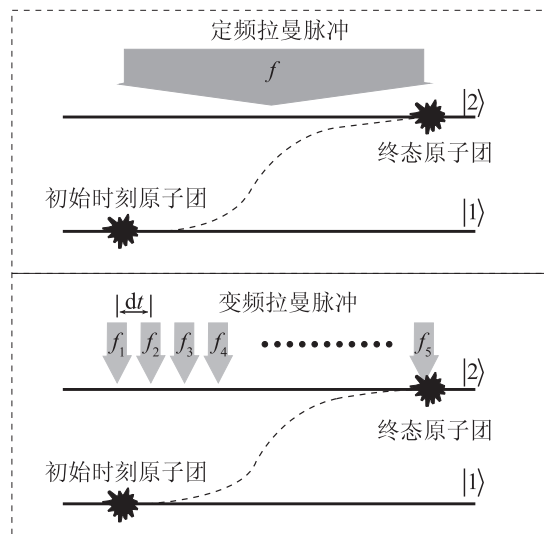
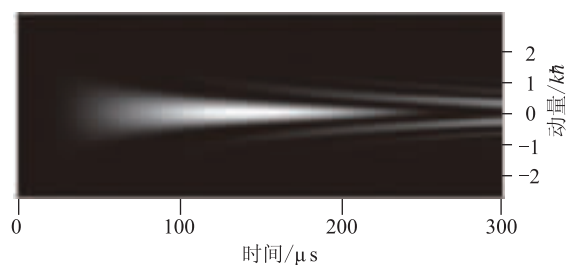


图 3 拉曼光频率啁啾下的原子跃迁过程

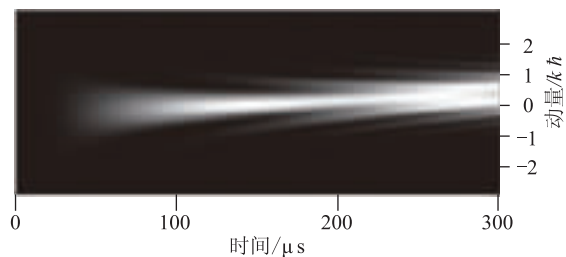
代入实际参数进行计算, 设拉曼光光强 $I = 1 \text{ mW}$, 光斑半径 $R = 10 \text{ mm}$, 脉冲持续时间 $T = 1.5 \times 10^{-4} \text{ s}$ (约 1.5 倍拉比周期), 迭代时间间隔 $dt = T/1000$, 拉曼光频率 $f = 384.23 \times 10^{12} \text{ Hz}$ 。

分别在补偿多普勒频移拉曼光和定频率拉曼光作用下的不同速度原子跃迁概率如图 4 所示。其中图 4 (a) 和 (b) 为原子态随时间的变化, 横轴表示时间演化, 灰度表示原子态的分布, 初始时刻 $t = 0$, 原子全部处于 1 态, 在拉曼光作用下, 靠近中心速度处原子被激发跃迁 (白色表示)。图 4 (c) 描述了第一个 π 脉冲周期时刻, 不同速度原子的跃迁概率分布。

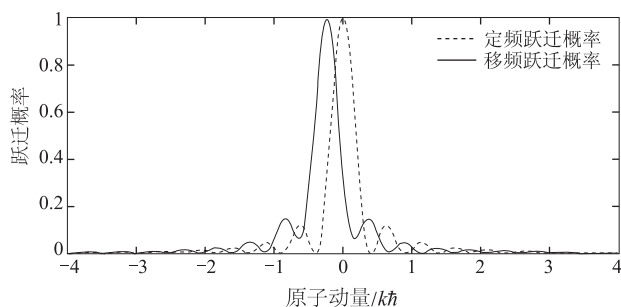
由于脉冲持续时间内, 原子速度的增加, 原子感受到的激光频率在相互作用过程中发生了改变, 导致跃迁到 2 态原子的中心速度也相应发生了改变, 偏移量为 $-0.24k\hbar$ (如图 4 (c) 所示, 文中动量单位统一取单光子反冲动量 $k\hbar$)。由拉曼脉冲速度选择效应所决定的, 跃迁原子的动量分布半峰宽度为, $FWHM = 0.37k\hbar$, 可见即便在极短的脉冲持续时间内 ($10\mu\text{s}$ 量级), 由重力加速度 g 造成的原子速度改变, 进而引起的多普勒频移效果也是不可忽视的。



(a) 定频跃迁



(b) 变频跃迁



(c) 第一次 π 周期时刻跃迁概率

图 4 存在频移时原子的拉比振荡

我们以拉曼脉冲型重力仪中的典型干涉操作为例进行分析。当原子经拉曼速度选择被挑选出来后, 设中心速度为 0, 20 ms 后作用 $\pi/2$ 脉冲, 100 ms 后作用 π 脉冲, 再经 100 ms 后作用第二束 $\pi/2$ 脉冲完成干涉。原子团速度变化如图 5 所示。按照原子自由落体过程补偿多普勒频移, 则在第一个 $\pi/2$ 脉冲起始时刻的激光多普勒频移补偿对应速度为 $20 \text{ ms} \cdot g$, π 脉冲起始时刻的多普勒频移补偿对应速度为 $120 \text{ ms} \cdot g$, 第二个 $\pi/2$ 脉冲时刻激光多普勒频移补偿对应速度为 $220 \text{ ms} \cdot g$ 。

按照普遍情况, 设计脉冲持续时间为 $10 \mu\text{s}$ 量级。按上述的数值计算方法, 对不同速度原子跃迁概率进行计算。当原子经过速度选择后, 分布如图 5 (a) a1。

首先, 原子团经 $\pi/2$ 脉冲激励拉比振荡跃迁, 1 态、2 态原子跃迁概率如图 5 (a) 中 a2 和 a3, 各自偏移 $-0.12k\hbar$ 。末态原子数量分布如图 5 (a) 中 a3, 1 态原子中心速度比无啁啾偏大, 2 态原子正好相反, 两态原子分布与定频脉冲基本保持一致。

在上个脉冲末态的基础上(初始原子分布如图 5(b)中的 b1), 再经 π 脉冲作用, 1, 2 态跃迁概率各自偏移中心速度(动量) $-0.24k\hbar$, 如图 5(b)中 b2, 最终原子分部如图 5(b)中 b3。易见, 1, 2 两态的有效原子数量个下降约 1/2, 且中心速度偏离虚线所示的定频模式。

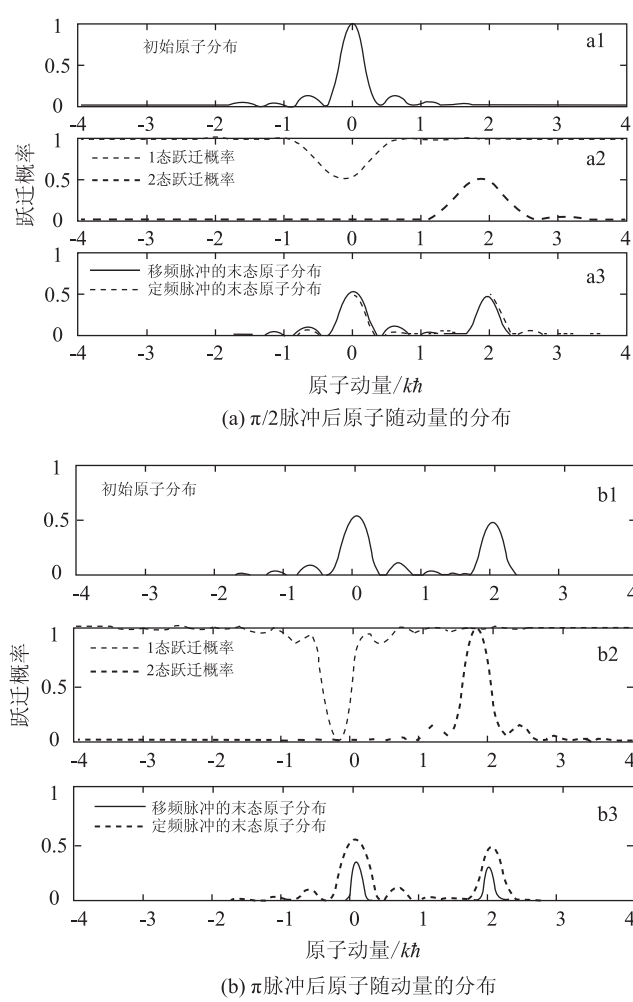


图5 有效原子在动量上的分布率

由上述分析可见, 经过拉曼光分束、翻转后的有效原子, 在中心速度附近的总数量下降了 50% 左右。另外, 两条路径最终干涉时的原子数量也存在明显的数量差, 占中心速度处总原子数约 $34\% - 30\% = 4\%$,

因此, 两条路径分束干涉仍将再次损失 8% 左右对比度。

3 结论

由于脉冲持续时间内($10\ \mu\text{s}$ 量级)的多普勒频移, 原子团中心速度改变, 大量原子偏离拉曼光作用范围, 造成有效原子损失; 另外, 干涉两路的原子数量也产生了差别, 两者共同导致干涉条纹对比度理论下降约 60%。本文仅就有效原子数量这一个角度, 估算了原子干涉条纹对比度在拉曼光不能补偿脉冲持续时间内多普勒频移的情况, 最终的条纹对比度、测量灵敏度以及系统误差还应考虑频率啁啾造成的相移等因素。可以推测, 实际综合测量能力的降低, 有可能远超 60%。因此, 拉曼光作用时间内的多普勒频效应不能忽略; 如果采用定频拉曼激光, 应通过本文给出的数值方法, 对激光的中心频率点位置, 及多普勒频移进行精确计算补偿。

参 考 文 献

- [1] Dickerson S M, Hogan J M, Sugarbaker A, et al. Multiaxis Inertial Sensing with Long-Time Point Source Atom Interferometry [J]. Physics Review Letters, 2013, 111(8): 083001.
- [2] Torsten Petelski. Atom Interferometers for precision gravity measurements [D]. Paris: Université Paris 6, 2005.
- [3] 周敏康. 原子干涉重力测量原理性实验研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2011.
- [4] 徐周翔. 冷原子干涉实验的激光频率以及过程的自动控制[D]. 杭州: 浙江大学, 2012.
- [5] Kasevich Mark, Chu Steven. Atomic interferometry using stimulated Raman transitions [J]. Physics Review Letters, 1991, 67(2): 181-184.
- [6] 王义遒. 原子的激光冷却与陷俘[M]. 北京: 北京大学出版社, 2007.
- [7] Peters A, Chung K Y, Chu S. High-precision gravity measurements using atom interferometry [J]. Metrologia, 2001, 38(1): 25-61.
- [8] Kathryn Moler, David S. Weiss, Mark Kaservich, et al. Theoretical analysis of velocity-selective Raman transitions [J]. Physics Review Letters, 1992, 45(1): 342-348.

(上接第 18 页)

- [4] 国家国防科技工业局. JJF(军工)20-2012 多分量测力仪校准规范[S]. 2012.
- [5] 国家质量监督检验检疫总局. JJG144-2007 标准测力仪国家计量检定规程[S]. 北京: 中国计量出版社, 2007.
- [6] 国家质量监督检验检疫总局. JJG391-2009 力传感器国家计

- 量检定规程[S]. 北京: 中国计量出版社, 2009.
- [7] 国家质量监督检验检疫总局. JJG455-2000 工作测力仪国家计量检定规程[S]. 北京: 中国计量出版社, 2000.
- [8] 国家质量监督检验检疫总局. JJG632-1989 动态力传感器国家计量检定规程[S]. 北京: 中国计量出版社, 1989.