

多轴压电纳米定位平台滑模解耦控制算法研究

齐思宁, 李强*

(中国航空工业集团公司北京长城计量测试技术研究所, 北京 100095)

摘要: 为解决三维压电纳米定位平台在多轴运动过程中轴间交叉耦合严重、定位精度难以满足纳米测量要求的问题, 运用前馈解耦控制理论与滑模控制相结合的方法, 设计一种复合控制算法。首先, 建立耦合误差模型并采用最小二乘法辨识模型参数, 设计前馈解耦控制器将耦合系统解耦为多个独立的单轴控制系统; 然后, 针对压电陶瓷的迟滞非线性、未完全解耦的残余耦合及外部扰动, 设计非奇异终端滑模自抗扰控制器, 通过扩张状态观测器对总扰动进行实时估计与补偿, 采用指数趋近律削弱滑模抖振。通过 MATLAB/Simulink 仿真验证控制算法的有效性, 并搭建基于激光干涉仪的实验平台对三维压电纳米定位平台进行耦合测试。实验结果表明: 所提出的滑模解耦控制算法将轴间耦合产生的误差降至 $0.03\text{ }\mu\text{m}$ 以下, 栅格扫描轨迹与规划路径基本一致, 满足多轴压电平台纳米级定位精度需求。

关键词: 纳米定位; 多轴解耦; 滑模控制; 前馈解耦; 控制策略; 自抗扰控制器; 压电驱动器; 系统辨识

中图分类号: TB9; TP27

文献标志码: A

文章编号: 1674-5795 (2026) 03-0065-12

Research on sliding mode decoupling control algorithm for multi-axis piezoelectric nano-positioning platform

QI Sining, LI Qiang*

(AVIC Changcheng Institute of Metrology & Measurement, Beijing 100095, China)

Abstract: To address the severe inter-axis cross-coupling and positioning accuracy limitations in three-dimensional piezoelectric nano-positioning platforms during multi-axis motion that hinder nanometer-level measurement requirements, this study proposes a hybrid control algorithm integrating feed-forward decoupling control theory with sliding mode control. The method involves: first, establishing a coupled error model and employing least squares estimation for parameter identification to design feed-forward decoupling controllers that separate the coupled system into independent single-axis control units; then, developing a non-singular terminal sliding mode self-stabilizing controller to mitigate piezoelectric hysteresis nonlinearity, residual coupling effects, and external disturbances, while utilizing extended state observers for real-time disturbance estimation and compensation, and using exponential convergence laws to suppress sliding mode chattering. The effectiveness of the control algorithm was verified through MATLAB/Simulink simulation, and an experimental platform based on a laser interferometer was constructed for coupled testing of a three-dimensional piezoelectric nano-positioning system. Experimental results demonstrate that the proposed sliding-mode decoupling control algorithm reduces the error caused by inter-axis coupling to below $0.03\text{ }\mu\text{m}$, with the grid scanning trajectory closely matching the planned path,

收稿日期: 2026-03-26; 修回日期: 2026-05-20; 录用日期: 2026-05-21; 发表日期: 2026-06-28

基金项目: 计量与校准全国重点实验室基金项目(JLJK2024001B002)

引用格式: 齐思宁, 李强. 多轴压电纳米定位平台滑模解耦控制算法研究[J]. 计测技术, 2026, 46(3): 65-76.

Citation: QI S N, LI Q. Research on sliding mode decoupling control algorithm for multi-axis piezoelectric nano-positioning platform[J]. Metrology & Measurement Technology, 2026, 46(3): 65-76.



thereby meeting the nanometer-level positioning accuracy requirements of the multi-axis piezoelectric platform.

Key words: nano-positioning; multi-axis decoupling; sliding mode control; feedforward decoupling; control strategy; auto-disturbance-rejection controller; piezoelectric driver; system identification

0 引言

随着精密加工、微电子技术和微机电系统的快速发展,纳米测量技术已成为衡量一个国家先进制造水平的关键技术之一^[1]。纳米定位平台作为纳米三维测量机宏微运动系统的核心部件,其定位精度直接影响整机的测量性能。压电纳米定位平台具有响应速度快、定位精度高、无摩擦等优点,在原子力显微镜、超精密加工、半导体制造等领域得到广泛应用^[2]。

然而,现阶段多轴压电纳米定位平台普遍存在轴间交叉耦合问题。由于柔性铰链机构的弹性变形、加工装配误差以及结构非完全对称等因素,单个轴向的运动会引起其他轴向产生非期望的耦合位移^[3]。在栅格扫描过程中,交叉耦合会导致扫描轨迹畸变,进而造成图像失真,严重影响测量精度^[4]。因此,抑制轴间耦合是实现纳米级定位精度的关键。

国内外学者针对多轴压电定位平台的耦合问题开展了大量研究。从机构设计角度分析,优化柔性铰链结构和采用对称并联构型,可降低固有耦合^[5]。研究人员设计了不同的解耦并联机制^[6-9]以减小轴间耦合的影响,提高纳米定位平台的工作性能。然而,仅靠结构设计和优化解耦方式难以完全消除加工误差和动态耦合带来的影响,需要结合控制方法进一步抑制耦合。

从控制方法角度分析,现有研究主要分为两类:一类是基于模型的前馈解耦控制,通过迭代学习等方式建立耦合模型,设计解耦控制器^[10-11];另一类是将耦合视为扰动,设计鲁棒控制器进行抑制^[12]。PID控制虽应用广泛,但对非线性系统的适应性有限,PID需结合其他方法形成复合控制方法,才能适用于压电定位平台的控制^[13];自抗扰控制通过设计状态观测器对控制过程中的扰动情况进行估计补偿,具有不依赖精确模型的优点^[14],但是存在高阶被控系统响应速度慢、对噪声敏感的缺点;滑模控制对非线性系统控制和外部扰动

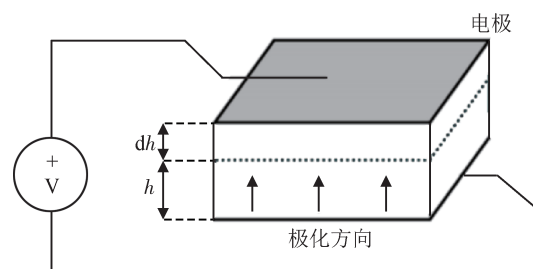
具有很好的控制效果^[15],但存在抖振问题。近年来,将滑模控制与自抗扰控制结合的控制策略在压电驱动系统中展现出良好效果^[16]。

针对三维压电纳米定位平台的轴间耦合问题,本文提出一种滑模解耦控制算法。首先建立耦合误差模型并设计前馈解耦控制器,将多变量耦合系统解耦为三个独立的单轴系统;然后针对单轴系统设计非奇异终端滑模自抗扰控制器,利用扩张状态观测器估计迟滞非线性、残余耦合及外部扰动,并通过指数趋近律削弱滑模抖振。开展仿真分析和实验,验证多轴压电纳米定位平台滑模解耦控制算法的有效性。

1 压电纳米定位平台结构与耦合分析

1.1 平台结构与工作原理

压电驱动器采用逆压电效应,将输入电压信号转化为纳米级机械位移,其输出位移具有高分辨力、快响应和零间隙等优势^[17]。逆压电效应原理如图1所示。上下表面的电极用于施加电压,极化方向为压电材料内部电偶极矩的定向排列方向,在两端电极施加电压,材料产生相应的形变,带动纳米定位平台产生精密运动。



注: V 为外加驱动电压; h 为压电材料沿极化方向的初始厚度; dh 为材料受电场作用产生的厚度形变。

图1 逆压电效应

Fig.1 Inverse piezoelectric effect

本文研究的三维压电纳米定位平台采用中空并联式结构,平台内部由布置有8个压电驱动器,通过8个通道(CH1 ~ CH8)来对驱动器进行协同驱动,实现 X 轴、 Y 轴、 Z 轴的直线运动。 X 轴和 Y 轴

各由2个压电驱动器对称驱动，Z轴由4个压电陶瓷对称驱动。三维压电纳米定位平台设计如图2所示。

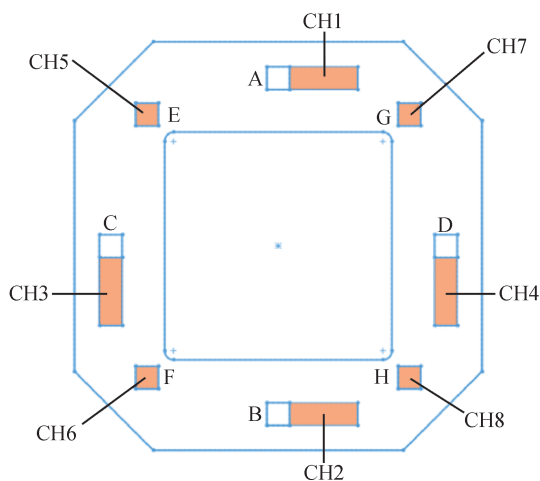


图2 三维压电纳米定位平台设计简图

Fig.2 Schematic diagram of three-dimensional piezoelectric nanopositioning platform design

平台内部使用柔性铰链传递驱动位移，X、Y轴采用杠杆柔顺放大机构实现位移放大，Z轴采用桥式放大机构，为降低轴间耦合，在结构设计上采用对称分布方式。

定位平台内部通过电容位移传感器进行全闭环控制，实现高精度定位。电容传感器配置在定位平台末端，进行移动平台的直接位置测量，并将数据反馈到信号调理模块，实现较高的定位精度。

1.2 压电驱动特性

多轴压电驱动器位移输出与驱动电压具有非线性迟滞关系，且受温度漂移、蠕变及轴间耦合作用影响。迟滞现象是制约定位精度的核心因素，为控制算法设计需重点考量的系统特性。

压电驱动器的迟滞现象主要表现：输出位移不仅取决于当前电压值，还受电压变化历史状态的影响。即使是相同的输入电压信号，由于前期电压变化路径的差异，输出位移亦可能产生显著偏差。因此，在控制算法设计阶段，必须充分考量该非线性特性，并实施有效的补偿策略，以降低迟滞效应对定位精度的负面影响，进而提升系统的整体性能与可靠性。

1.3 耦合产生机理分析

经过分析，多轴压电定位平台的耦合误差主要来源于：① 结构设计耦合：柔性铰链的弹性变形导致运动传递；② 制造装配误差：加工精度和装配不对称引起实际结构与设计差异；③ 压电驱动器性能差异，各轴压电陶瓷的响应特性不一致；④ 控制系统同步误差：多轴驱动时难以实现完全同步，同步触发与信号延迟导致动态响应失配。上述耦合因素叠加作用，会显著削弱各轴运动独立性，尤其在高精度定位场景下，易引发多轴定位平台运动轨迹变形与重复定位偏差。

三维压电纳米定位平台的移动范围是 $100\ \mu\text{m} \times 100\ \mu\text{m} \times 100\ \mu\text{m}$ ，多轴运动平台的轴间耦合误差引起的运动轨迹的变形和定位偏差，会直接增大纳米三维测量机在扫描标准样板过程中实际扫描轨迹和规划的运动轨迹的误差，影响纳米三维形貌测量的准确性。为提高纳米三维测量机三维形貌测量的准确性，需要将纳米三维定位平台由于耦合产生的定位误差控制在 $0.03\ \mu\text{m}$ 以内。

2 解耦控制算法设计

2.1 解耦控制器设计

2.1.1 建立耦合误差模型

根据平台解耦的误差来源，建立误差耦合模型。三维压电纳米定位平台沿X、Y、Z方向移动时产生移动误差的误差来源包括：定位误差、直线度、运动误差（水平方向、垂直方向）、角运动误差（滚转角、俯仰角、偏摆角）。图3中列出了压电定位平台沿X方向运动时，可能出现的6种几何误差。

压电纳米定位平台X轴方向的误差值 ΔX 为

$$\Delta X = D_{xx}(x) + D_{yx}(y) + D_{zx}(z) + d_{yz} \cdot d_y + d_{zy} \cdot d_z \quad (1)$$

式中： D_{xx} 为定位误差， D_{yx} 、 D_{zx} 为运动直线度误差， d_{yz} 、 d_{zy} 、 d_{xz} 为角运动误差。

通过实验数据与耦合误差分析可知，移动轴对其他轴的耦合位移误差和其位移量呈正相关，涵盖线性与非线性部分。可以针对线性耦合部分建立耦合模型设计解耦控制器。

X轴的实际位移 x_r 为

$$x_r = \alpha_x x_0 + \alpha_{yx} y_0 + \alpha_{zx} z_0 \quad (2)$$

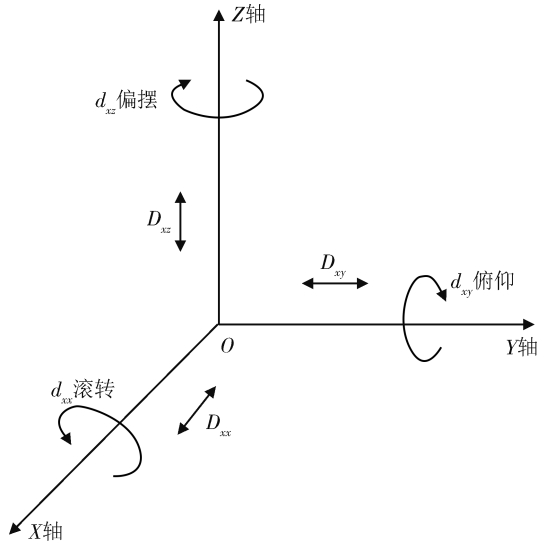


图3 沿X轴运动时的6项几何误差

Fig.3 Six geometric errors during movement along the X-axis

式中： x_0 、 y_0 、 z_0 分别为X、Y、Z轴的输入位移， α_x 为X轴误差系数， α_{yx} 、 α_{zx} 分别为Y轴和Z轴对X轴的耦合误差系数。

同理可以得到Y轴的实际位移 y_r 为

$$y_r = \alpha_y y_0 + \alpha_{xy} x_0 + \alpha_{zy} z_0 \quad (3)$$

式中： α_y 为Y轴误差系数， α_{xy} 、 α_{zy} 分别为X轴和Z轴对Y轴的耦合系数。

Z轴的实际位移 z_r 为

$$z_r = \alpha_z z_0 + \alpha_{xz} x_0 + \alpha_{yz} y_0 \quad (4)$$

式中： α_z 为Z轴误差系数， α_{xz} 、 α_{yz} 分别为X轴和Y轴对Z轴的耦合系数。

推导得出耦合误差模型为

$$\begin{bmatrix} x_r \\ y_r \\ z_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_x & \alpha_{yx} & \alpha_{zx} \\ \alpha_{xy} & \alpha_y & \alpha_{zy} \\ \alpha_{xz} & \alpha_{yz} & \alpha_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} = \mathbf{J} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中： $\mathbf{J}$ 为解耦控制器矩阵系数。

2.1.2 系统辨识与解耦控制器设计

分别对压电纳米定位平台X、Y、Z轴方向输入期望位移 x_0 、 y_0 、 z_0 ， x_0 、 y_0 、 z_0 的取值范围为0~100 μm 。在3个方向安装激光位移传感器，测量压电纳米定位平台在X、Y、Z轴3个方向的位移。

对压电纳米定位平台进行开环测试，计算压电纳米定位平台的耦合误差。在平台全行程内平均分布11个测量位置，分别为 $p_1 \sim p_{11}$ ，其中， p_1 为0 μm 、 p_{11} 为100 μm ，分别对压电纳米定位平台X、Y、Z轴方向输入 x_0 、 y_0 、 z_0 。通过激光干涉仪得出压电纳米定位平台在3个方向的位移量，具体实验结果如图4所示。X轴对Z轴的最大耦合误差为0.41 μm ，对Y轴的最大耦合误差为1.52 μm 。Y轴对X轴的最大耦合误差为1.48 μm ，对Z轴的最大耦合误差为0.58 μm 。Z轴对X轴最大耦合误差为2.47 μm ，Z轴对Y轴最大耦合误差为-1.22 μm 。三轴的耦合误差较大，需要进行解耦。

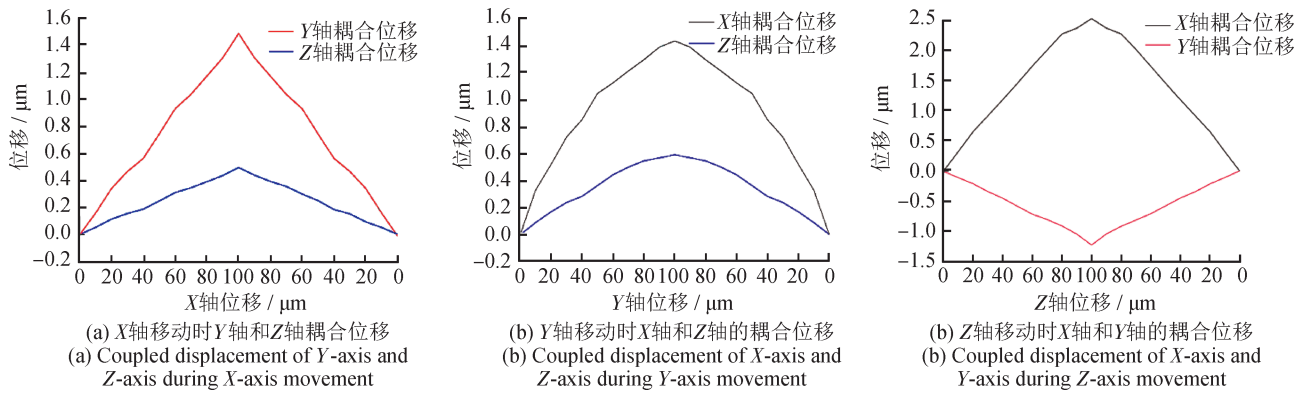


图4 开环状态下X、Y、Z轴的耦合位移

Fig.4 Coupled displacements of X, Y, and Z axes under open-loop condition

根据实验得到的数据用最小二乘法拟合得出

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0.99862 & 0.01436 & -0.02575 \\ 0.01499 & 1.00356 & 0.01242 \\ 0.00413 & -0.00598 & 1.00183 \end{bmatrix}, \text{ 推导得到残}$$

余误差 e_x 、 e_y 、 e_z 与X、Y、Z轴测量误差的关系：

$$\Delta X = X_1 - X_0 = 0.99862e_x + 0.01436y_0 - 0.02575z_0 \quad (6)$$

$$\Delta Y = Y_1 - Y_0 = 1.00356e_y + 0.01499x_0 + 0.01242z_0 \quad (7)$$

$$\Delta Z = Z_1 - Z_0 = 1.00183e_z + 0.00413x_0 - 0.00598y_0 \quad (8)$$

式中： X_1 、 Y_1 、 Z_1 分别为 X 、 Y 、 Z 轴的输出位移。

控制系统整体各部分关系如图5所示，输入期望位移，通过解耦控制器得到残余误差 e_x 、 e_y 、 e_z ，分别作为3个独立系统的输入，再对控制器1、2、3进行设计。通过解耦控制器，将原本耦合的三轴系统转化为3个近似独立的单轴系统，大幅降低了控制器的设计难度，同时避免了耦合干扰对定位精度的影响。

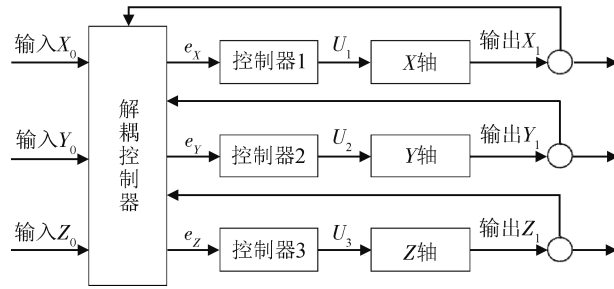


图5 控制系统框图

Fig.5 Block diagram of control system

2.2 滑模自抗扰控制器设计

解耦控制器只对线性耦合部分进行前馈解耦补偿，针对被控系统的非线性部分设计滑模自抗扰控制器，将非线性耦合部分和压电陶瓷的非线性特性以及外部干扰3个部分全部作为不确定项进行补偿。

2.2.1 系统模型

压电纳米定位平台可近似为质量-弹簧-阻尼二阶系统，单轴系统可描述为

$$bu(t) = \ddot{x}(t) + 2\xi_x \omega_{nx} \dot{x}(t) + \omega_{nx}^2 x(t) \quad (9)$$

式中： b 为增益系数， $u(t)$ 为控制电压， $x(t)$ 为输出位移， ξ_x 、 ω_{nx} 为系统参数。

简化模型可以表示为

$$\ddot{x}(t) = f + bu(t) \quad (10)$$

式中： f 为包含迟滞非线性、残余耦合和外部扰动的总扰动。

2.2.2 滑模自抗扰控制器设计

本研究团队设计了一种滑模控制的自抗扰控制器，控制器使被控对象的输出 $x(t)$ 能够跟踪期望信号 x_d 。闭环控制系统框图如图6所示，控制器由

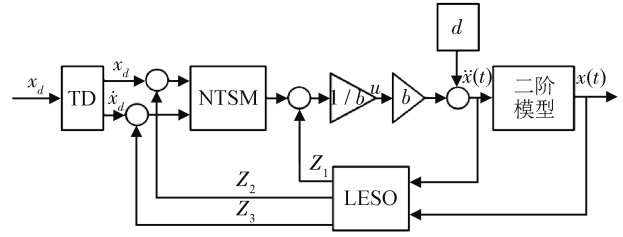


图6 闭环控制系统框图

Fig.6 Block diagram of closed-loop control system

跟踪微分器(Tracking Differentiator, TD)、扩张状态观测器(Linear Extended States Observer, LESO)和非线性状态误差反馈控制器组成，选用滑模控制系统(Non-Singular Terminal Sliding Mode, NTSM)作为非线性状态误差反馈控制器。

该系统有2个输入信号： x_d 和 d 。 x_d 为参考信号，即本文希望被控对象达到的目标值； d 为外部扰动信号，是无法预测或测量的干扰因素，在本系统中主要包括外部干扰和系统传输噪声(控制系统非线性特性、残余耦合误差等)。这两类输入信号都会影响被控对象的输出 $x(t)$ 。

NTSM首先抵消总扰动估计，然后利用TD得到参考信号 x_d 和其导数 $\dot{x}_d$ 与状态估计 $\hat{x}_1(t)$ 、 $\hat{x}_2(t)$ 的误差，通过非奇异终端滑模控制律来生成 $u(t)$ 。这样，自抗扰控制器就可以使被控对象的输出 $x(t)$ 能够快速而平稳地跟踪参考信号，并且对内部扰动(迟滞和轴间耦合)和外部扰动都有很好的抑制效果。

自抗扰控制器三个部分分别设计为：

1) 输入的参考信号 x_d 通过跟踪微分器进行处理，避免阶跃输入导致的超调和振荡问题。

压电系统的二阶非线性系统跟踪微分器离散形式为

$$\begin{cases} x_{d1}(k+1) = x_{d1}(k) + hx_{d2}(k) \\ x_{d2}(k+1) = x_{d2}(k) + hf_p \\ f_p = \text{fhan}(x_{d1}(k) - x_d(k), x_{d2}(k), r, p_0) \end{cases} \quad (11)$$

式中： $x_d(k)$ 为第 k 次采样离散时刻的系统参考信号， $x_{d1}(k)$ 为TD输出的期望信号的平滑信号， $x_{d2}(k)$ 为平滑信号的微分信号(速度信号)， h 为系统采样周期， r 为控制系统的跟踪速度因子， p_0 为控制系统的阻尼系数， f_p 为系统的最优综合函数 fhan 的输出量。 $\text{fhan}(x_{d1}(k) - x_d(k), x_{d2}(k), r, p)$

定义方式为

$$\begin{cases} d_1 = r_0 h \\ d_0 = h d_1 \\ m = v_1 h v_2 \\ a_0 = \sqrt{d_1^2 + 8 r_0 |m|} \\ a = \begin{cases} v_2 + \frac{a_0 - d_1}{2} \text{sig}(m), |m| > d_0 \\ v_2 + \frac{m}{h}, |m| \leq d_0 \end{cases} \\ \text{fhan} = - \begin{cases} r_0 \text{sign}(a), |a| > d_1 \\ r_0 \frac{a}{d}, |a| \leq d_1 \end{cases} \end{cases} \quad (12)$$

式中： d_1 为大非线性区间阈值， d_0 为小线性区间阈值， r_0 为速度因子， v_1 为TD信号跟踪位置， v_2 为TD信号微分状态， m 为位置-速度组合误差项， a 为等效状态量， a_0 为辅助计量参数。

通过设计跟踪微分器使得系统可以在误差较大时快速消除系统偏差，在误差接近于零时，切换为线性控制律，保证系统平稳运行。

2) 通过被控对象的输出和控制器的输入估计被控对象的状态和总扰动，设计扩张状态观测器。

将三维压电纳米定位平台的二阶不确定系统写为状态方程形式，即

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f + bu + d \\ y = x_1 \end{cases} \quad (13)$$

式中： x_1 、 x_2 为压电纳米定位平台的系统状态变量， u 为系统激励电压， y 为系统实际输出， d 为外部扰动信号。

将 $f + d$ 看作系统迟滞特性、耦合串扰以及外界干扰之和，可以将系统重新表达为式(14)。

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = H + bu(t) \\ \dot{H} = \Delta \\ y = x_1 \\ H = f + d(t) \end{cases} \quad (14)$$

式中： H 为系统集总扰动， Δ 为集总扰动的变化率， $d(t)$ 为系统外部扰动信号。

状态扩张观测器的增益矢量矩阵为 Γ ， $\Gamma = \left[\frac{\alpha_1}{\varepsilon}, \frac{\alpha_2}{\varepsilon^2}, \frac{\alpha_3}{\varepsilon^3} \right]^T$ ，其中， α_1 、 α_2 、 α_3 为观测器极点配置系数， ε 为观测器收敛调节系数。扩张状态观测器的增益矢量矩阵的设定没有确切的方法，需

要通过查阅相关资料和总结前人的经验来设定，但是需要保证特征多项式满足 Hurwitz 条件，以保证扩张状态观测器是稳定的。

由此设计线性扩张状态观测器

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 - \frac{\alpha_1}{\varepsilon} (\hat{x}_1 - y) \\ \dot{z}_2 = z_3 - \frac{\alpha_2}{\varepsilon^2} (\hat{x}_1 - y) + bu(t) \\ \dot{z}_3 = -\frac{\alpha_3}{\varepsilon^3} (\hat{x}_1 - y) \end{cases} \quad (15)$$

式中： z_1 为控制系统输出， z_2 、 z_3 分别为输出的微分以及估计信号， $\hat{x}_1$ 为系统观测值。 $\varepsilon > 0$ ， $\alpha_1 > 0$ ， $\alpha_2 > 0$ ， $\alpha_3 > 0$ ，根据系统特性凭借经验设定。选取合适的参数能够使状态观测器精确观测系统各个参数($z_1 \rightarrow y = x_1$ ， $z_2 \rightarrow \dot{x}_1 = x_2$ ， $z_3 \rightarrow H$)在线估计系统的不确定性。最后通过自抗扰控制器中的扩张状态观测器在线估计得到模型的非线性特性、耦合误差和控制系统的干扰。

3) 将滑模控制器与自抗扰控制器进行结合，选用非奇异终端滑模控制器作为非线性状态误差反馈控制器。以状态观测器的输出值和系统激励信号对比的误差值作为控制器的输入信号。

为避免终端滑模系统在系统状态 $x_1 = 0$ 时引发奇异值造成系统取值不稳定问题，选取滑模切换面函数 s ，即

$$s = x_1 + \frac{1}{\beta} x_2^{p/q} \quad (16)$$

式中： β 、 p 、 q 为可调参数，此处取 $\beta > 0$ ， $1 < (p/q) < 2$ 。

控制系统跟踪误差 $e = x - x_d$ ，则有 $\dot{e} = \dot{x} - \dot{x}_d$ ，结合系统简化公式，整理可得二阶控制系统为

$$\begin{cases} \dot{e} = \dot{x} - \dot{x}_d \\ \ddot{e} = H + \ddot{x}_d + bu(t) \end{cases} \quad (17)$$

计算得到

$$s = e + \frac{1}{\beta} \ddot{e}^{p/q} \quad (18)$$

求导得到

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \dot{e} + \frac{1}{\beta} \frac{p}{q} \ddot{e}^{(p-q)/q} \ddot{e} \\ &= \dot{e} + \frac{n}{\beta} \ddot{e}^{(p-q)/q} (H + \ddot{x}_d + bu(t)) \end{aligned} \quad (19)$$

式中： n 为可调参数。

想要令压电平台在 $\lim_{s \rightarrow 0} s\dot{s} < 0$, $s\dot{s} < 0$ 的系统调节阶段满足存在性和可达性条件, 使用指数形式的趋近率为

$$\dot{s} = -ks - \varepsilon \operatorname{sgn}(s), k > 0, \varepsilon > 0 \quad (20)$$

该指数趋近率满足存在性和可达性, $\lim_{s \rightarrow 0} s\dot{s} < 0$, $s\dot{s} < 0$ 。

选择 Lyapunov 函数 $V = s^2/2$, 对其求导得到

$$\dot{V} = s\dot{s} = s[-ks - \varepsilon \operatorname{sgn}(s)] = -ks^2 - \varepsilon|s| \leq 0 \quad (21)$$

由于 $k > 0$, $\varepsilon > 0$, 所以 $\dot{V} \leq 0$, 系统稳定。

令函数 $\tau(\dot{e}) = \frac{n}{\beta} \dot{e}^{(p-q)/q}$, 取指数趋近律可得

$$\dot{e} + \tau(\dot{e})(H + \ddot{x}_d + bu(t)) = -ks - \delta \operatorname{sgn}(s) \quad (22)$$

$$u(t) = -b^{-1} \left[\tau(\dot{e})^{-1} \dot{e} + \tau(\dot{e})^{-1} (ks + \delta \operatorname{sgn}(s)) + H + \ddot{x}_d + (D + \eta) \operatorname{sgn}(s) \right] \quad (23)$$

式中: δ 、 D 、 η 均为正可调常数。

通过控制率对 H 进行限制。在式(23)中引入一个大于零的常数 ∂ , 保证系统的输入量始终为正, 得到

$$u(t) = -b^{-1} \left[\left(\tau(\dot{\phi}_e)^{-1} + \partial \right)^{-1} \dot{\phi}_e + \left(\tau(\dot{\phi}_e)^{-1} + \partial \right)^{-1} \cdot (ks + \delta \operatorname{sgn}(s)) + H + \ddot{x}_d + (D + \eta) \operatorname{sgn}(s) \right] \quad (24)$$

对滑模面进行求导处理, 得到

$$s = \dot{e} + \tau(\dot{e})(H + \ddot{x}_d + bu(t)) = \dot{e} + \tau(\dot{e}) \left[\left(\tau(\dot{e}) + \partial \right)^{-1} \dot{\phi}_e + \left(\tau(\dot{e}) + \partial \right)^{-1} (ks + \varepsilon \operatorname{sgn}(s)) + (D + \eta) \operatorname{sgn}(s) \right] \quad (25)$$

式中: $\dot{\phi}_e$ 为误差相关辅助状态量。

∂ 取值足够小, $(\tau(\dot{e}) + \partial)^{-1} \dot{e} \equiv 1$, 将式(25)简化得到

$$\dot{s} = -ks - \varepsilon \operatorname{sgn}(s) - \tau(\dot{e})(D + \eta) \operatorname{sgn}(s) \quad (26)$$

假设 $\dot{e} \neq 0$, 由于 $\beta > 0$, p 和 $q(p > q)$ 为正奇数且 $p/q = m$, $1 < m < 2$, 所以当 $\dot{e} \neq 0$ 时, $\tau(\dot{e}) > 0$, $s \leq -ks - \varepsilon \operatorname{sgn}(s) < 0$ 。可得

$$\dot{s} = -ks - \delta \operatorname{sgn}(s) \quad (27)$$

通过式(25)~式(27)分析可知: 当采用终端滑模面, 可以使系统输入值在有限时间内趋近滑模面, 且具有指数级趋近速度, 使系统的收敛速度得到大幅提高。为了简化计算, 在确保系统稳定且收敛性不变的前提下, 有

$$u(t) = -b^{-1} \left[\frac{n}{\beta} \dot{e}^{(p-q)/q} + H + \ddot{x}_d + (D + \eta) \operatorname{sgn}(s) \right] \quad (28)$$

外界干扰值可通过设计的状态观测器实时估计得到, 由此可以得出非线性误差反馈控制器的控制率

$$u(t) = -b^{-1} \left[\frac{n}{\beta} \dot{e}^{(p-q)/q} + \hat{H} + \ddot{x}_d + (D + \eta) \operatorname{sgn}(s) \right] \quad (29)$$

式中: $\hat{H}$ 为状态观测器估计的系统迟滞与其他轴的耦合以及扰动部分。

综上可得到非线性误差反馈方程

$$\begin{cases} e = x_{d1} - \hat{x}_1 \\ \ddot{e} = x_{d2} - \hat{x}_2 \\ u_0 = \frac{n}{\beta} \dot{e}^{(p-q)/q} \ddot{x}_d + (D + \eta) \operatorname{sgn}(s) \\ u(t) = -\frac{u_0 + \hat{H}}{b_0} \end{cases} \quad (30)$$

式中: $\hat{x}_1$ 、 $\hat{x}_2$ 为系统观察值, u_0 为终端滑模器得到的系统输入值, b_0 为名义控制增益。

2.2.3 稳定性分析

根据选取的滑模面, 可以取 Lyapunov 函数为

$$V = \frac{1}{2} s^2 \quad (31)$$

对其求导得到

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s\dot{s} = s(ce + \ddot{e}) \\ &= s \left[-Hs - \left[\frac{n}{\beta} \dot{e}^{(p-q)/q} + \hat{H} + \ddot{x}_d + (D + \eta) \operatorname{sgn}(s) \right] \right] \\ &= -Hs^2 - (D + \eta)|s| - s \frac{n}{\beta} \dot{e}^{(p-q)/q} - s(\hat{H} + \ddot{x}_d) \end{aligned} \quad (32)$$

式中: c 为系统修正系数。可以看出, 当扩张状态观测器带宽参数 $(D + \eta) > 0$ 时, 系统稳定, 观测器跟踪系统状态性能较理想, $\frac{n}{\beta} \dot{e}^{(p-q)/q}$ 将趋于零, 而 H 、 $\frac{n}{\beta} \dot{e}^{(p-q)/q}$ 又是大于零的数, 所以可知 $\dot{V} < 0$ 时呈减小趋势。最终得出结论: 本文设计的自抗扰控制系统具有较高稳定性。

3 仿真与实验验证

3.1 仿真分析

根据图6的控制系统, 使用 MATLAB 中的仿真工具箱搭建系统仿真模型, 如图7所示。运动控制 Simulink 仿真模型是结合非奇异终端滑模控制系统

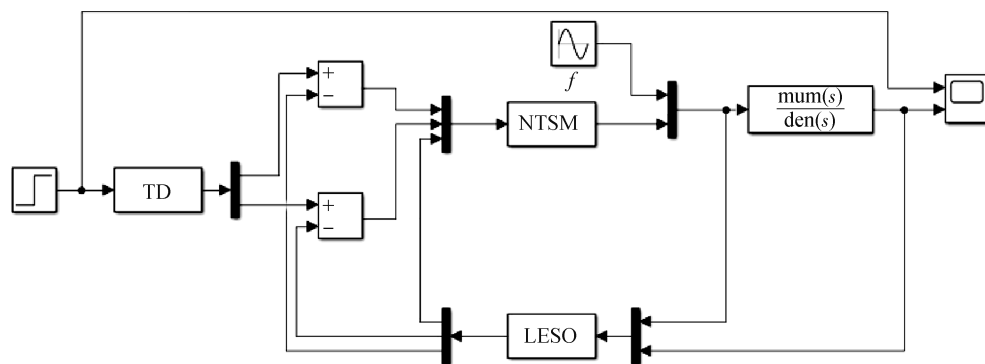


图7 运动控制 Simulink 仿真模型

Fig.7 Motion control Simulink simulation model

的自抗扰控制算法的仿真模型结构。

X 、 Y 方向的二阶系统为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -158.2x_2 - 12769x_1 + 445.3u(t) + d(t) \end{cases} \quad (33)$$

Z 方向的二阶系统为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -214.4x_2 - 17956x_1 + 445.3u(t) + d(t) \end{cases} \quad (34)$$

式中： $d(t)$ 为系统未建模动态与外部环境扰动构成的总不确定项，仿真分析时设定 $d(t) = 3\sin(2\pi t)$ 作为外部干扰值，因此外部干扰最大值为3。

首先根据其他关于自抗扰控制和滑模控制经验和参数范围设置自抗扰和滑模参数，在此基础上再通过试凑法调整。

滑模控制中的可调参数的条件范围是 $\beta > 0$ ， $1 < (p/q) < 2$ ，所以滑模控制律的初始设定为 $D = 0.2$ ， $\beta = 1$ 。滑模控制的边界层厚度取 $\eta = 0.02$ ， $q = 3$ ， $p = 5$ ，则滑模面设计为 $s = x_1 + x_2^{5/3}$ 。系统的初始条件为 $[0.5, 0]$ ，分别取terminal时间为 $T = 1.0$ 和 3.0 。

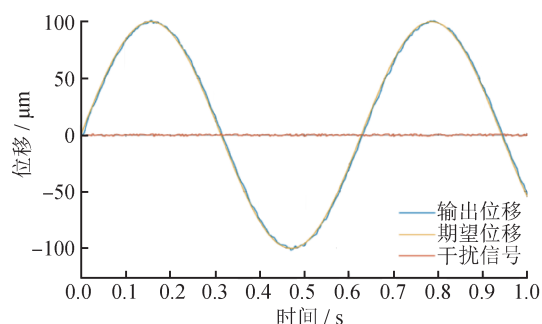
参考相关文献于工程经验，设定矩阵 Γ 中的参数： $\alpha_1 = 6$ 、 $\alpha_2 = 11$ 、 $\alpha_3 = 6$ 。本文设计的状态观测器属于高增益观测器，若初始值设定和压电纳米定位平台的初值相差较大，会产生峰值现象，降低观测器的收敛效果，所以对 ε 的设计为

$$\frac{1}{\varepsilon} = R = \begin{cases} 100t^3, & 0 \leq t \leq 1 \\ 100, & t > 1 \end{cases} \quad (35)$$

式中： R 为时间变量， t 为仿真时间。

给压电纳米定位平台的激励电压为正弦信号，同时增加一定范围内的噪声信号，模拟外部干扰。

图8为模拟控制系统的输出位移对正弦信号的跟踪情况，计算得出纳米定位平台控制器施加正弦参考信号仿真结果，得出跟踪位移及跟踪误差，整体误差值低于8 nm，跟踪效果良好。



(a) 滑模自抗扰控制正弦信号跟踪情况

(a) Sinusoidal signal tracking performance of sliding mode self-redundant control

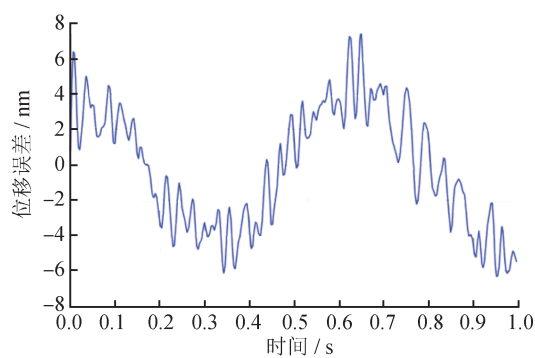
(b) 误差信号
(b) Error signal

图8 仿真分析结果

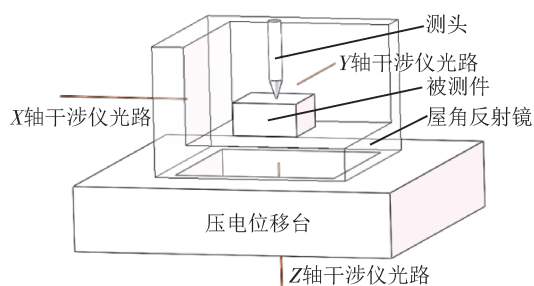
Fig.8 Simulation analysis results

对系统实施幅值为100 V的正弦跟踪的仿真测试，结果表明：本文所设计的滑模自抗扰闭环控制系统可以精确调控压电纳米定位平台，且具有较好的跟踪定位性能。

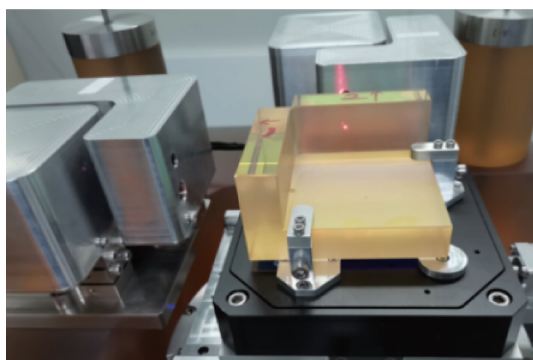
3.2 实验验证

如图9所示, 纳米三维测量机测量系统和姿态监测系统包括3台干涉仪、测头以及零膨胀材质的屋角反射镜, 其中干涉仪为测量标尺^[18]; 测头采用开放式设计原则, 兼容原子力测头、复合全息测头等, 与运动系统和控制系统相配合实现复杂纳米几何结构的快速定位及高准确度扫描。在实验过程中, 将屋角镜安装固定在三维压电纳米定位平台的移动平台上, 3个镜面分别对应3个激光干涉仪, 通过激光干涉仪直接可以测量反馈压电纳米定位平台移动端的位移。

测量系统搭建完成后, 进行闭环控制实验操作, 首先计算机输入位移指令, 通过控制算法得出控制电压, 然后通过压电陶瓷驱动电源将电压信号输出至三维压电纳米定位平台, 平台中安装有电容位移传感器, 输出反馈信号传给控制器和计算机。在测试系统中安装有3个激光位移传感器, 可以将三维压电纳米定位平台 X 、 Y 、 Z 三个方向的唯一信号传递给计算机, 得出移动平台的实际位移。



(a) 测量系统示意图
(a) Schematic diagram of the measurement system



(b) 测量系统实物图
(b) Physical diagram of the measurement system

图9 测量系统

Fig.9 Measurement system

对压电纳米定位平台进行单轴扫描和双轴扫描, 测试三维压电纳米定位平台的耦合情况。单轴扫描耦合测试的结果如图10所示, X 、 Y 、 Z 轴由于其他轴运动产生的耦合误差小于 $0.03\ \mu\text{m}$, 满足要求。

通过对位移台进行耦合测试, 耦合误差均小于 $0.03\ \mu\text{m}$, 证明设计的解耦控制算法的解耦效果较好。

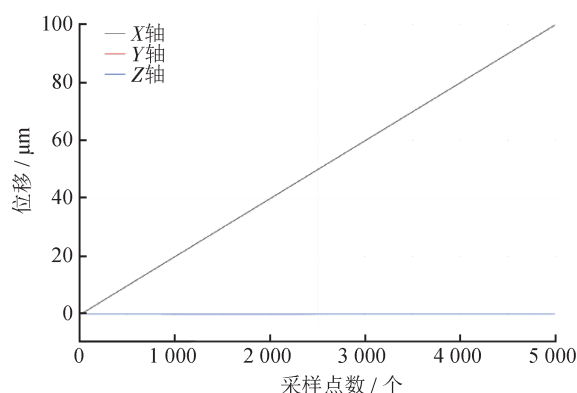
栅格扫描测试中, 将扫描范围设定为 X 、 Y 轴 $100\ \mu\text{m} \times 10\ \mu\text{m}$, 扫描行数为20行。 X 、 Y 轴的参考路径如图11所示, X 轴跟踪的参考路径是幅值为 $100\ \mu\text{m}$ 、主要路径是按照一定速度从 $0\ \mu\text{m}$ 扫描到 $100\ \mu\text{m}$, 然后快速回到零点; Y 轴跟踪的是与 X 轴相同步的阶梯信号。对应于 X 轴每个周期, Y 轴阶梯信号的幅值为 $0.5\ \mu\text{m}$, 即栅格扫描结果中行间距为 $0.5\ \mu\text{m}$ 。

扫描规划路径: 在栅格板上从左向右沿 X 轴方向逐层进行扫描, 通过激光干涉仪测得的 X 、 Y 轴的位移, 扫描轨迹跟踪结果如图12所示, 三维压电纳米定位平台控制的移动平台的实际运动轨迹和规划路径几乎一致, 位移跟踪误差如图13所示, X 轴和 Y 轴的跟踪误差均小于 $0.04\ \mu\text{m}$, 在使用三维压电纳米定位平台进行三维形貌扫描时准确度较高。

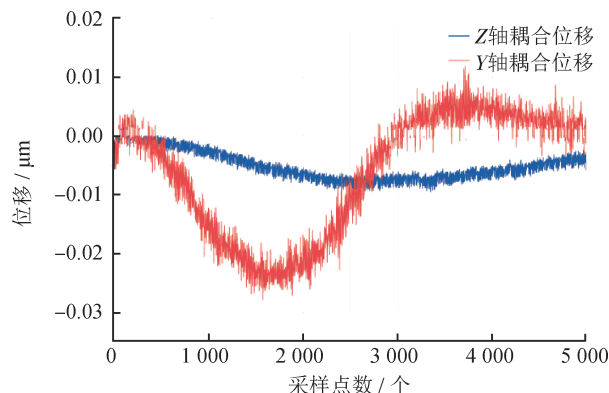
对三维压电纳米定位平台进行耦合测试, 测试基于滑模自抗扰控制的解耦控制方法对定位平台的解耦控制效果, 分析单轴扫描、多轴扫描测试压电纳米定位平台各轴的耦合情况。测试结果表明: X 、 Y 、 Z 轴的耦合误差都达到了要求(小于 $0.03\ \mu\text{m}$)。在栅格扫描测试中实际扫描路径和规划路径基本一致, 可以保证栅格扫描的准确性, 进一步保证纳米三维测量机在进行纳米三维形貌扫描时结果的准确性。

4 结论

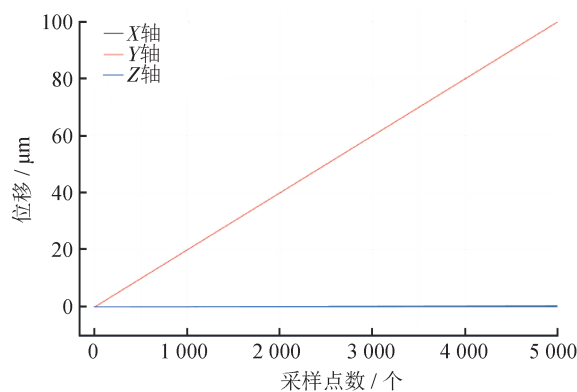
本文以多轴压电纳米级定位平台为研究对象, 针对其存在的迟滞非线性、多轴耦合干扰及外部扰动等问题, 设计了运用前馈解耦控制理论与滑模控制相结合的复合控制算法。首先建立压电纳米定位平台的耦合误差模型, 通过最小二乘法辨



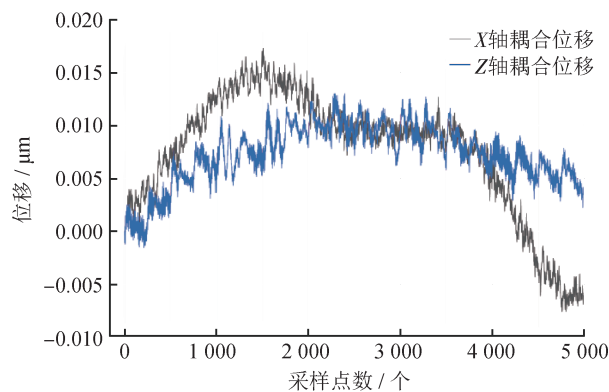
(a) 对X轴施加电压X、Y、Z轴的位移
(a) Displacement of X, Y, and Z axes when voltage is applied to the X-axis



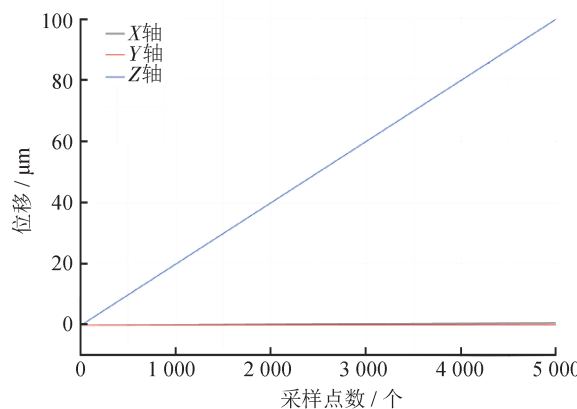
(b) 对X轴施加电压Y、Z轴的耦合位移
(b) Coupling displacement of Y and Z axes when voltage is applied to the X-axis



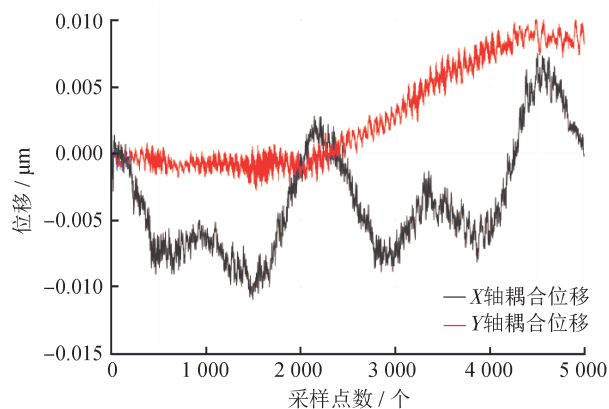
(c) 对Y轴施加电压X、Y、Z轴的位移
(c) Displacement of X, Y, and Z axes when voltage is applied to the Y-axis



(d) 对Y轴施加电压X、Z轴的耦合位移
(d) Coupling displacement of X and Z axes when voltage is applied to the Y-axis



(e) 对Z轴施加电压X、Y、Z轴的位移
(e) Displacement of X, Y, and Z axes when voltage is applied to the Z-axis



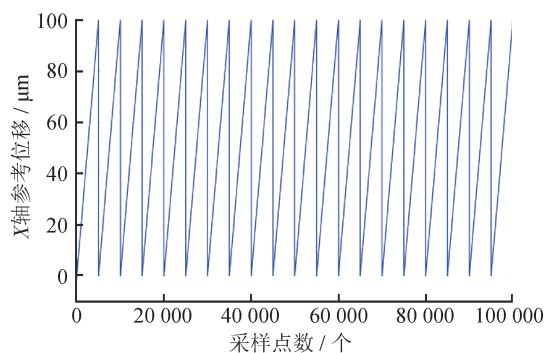
(f) 对Z轴施加电压X、Y轴的耦合位移
(f) Coupling displacement of X and Y axes when voltage is applied to the Z-axis

图10 单轴移动时其他两轴的耦合情况

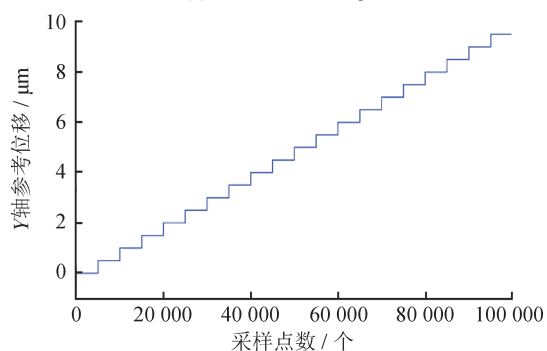
Fig.10 Coupling of the other two axes during uniaxial movement

识耦合系数矩阵,设计前馈解耦控制器将多轴耦合系统解耦为多个相对独立的单轴控制系统;再针对压电陶瓷迟滞非线性、残余耦合及外部扰动,设计终端滑模控制器,对其进行估计和补偿,控制系统具有稳定性。仿真和实验结果表明:所提

出的控制策略将轴间由于耦合产生的位移误差降低到 $0.03\text{ }\mu\text{m}$ 以下,实现了有效解耦。栅格扫描轨迹与规划路径基本一致,满足三维纳米测量机的定位要求,为多轴压电定位平台的精密控制提供了有效方案。



(a) X-axis reference path



(b) Y-axis reference path

图11 栅格扫描中X、Y轴的位移

Fig.11 Displacement of X and Y axes during raster scanning

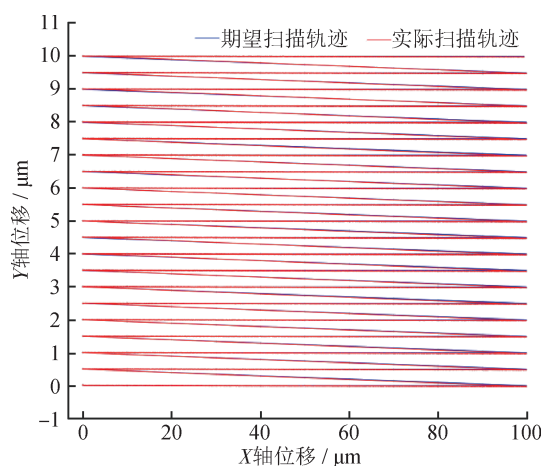
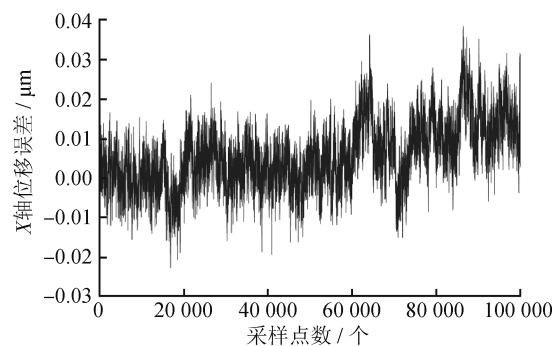


图12 栅格扫描轨迹跟踪结果

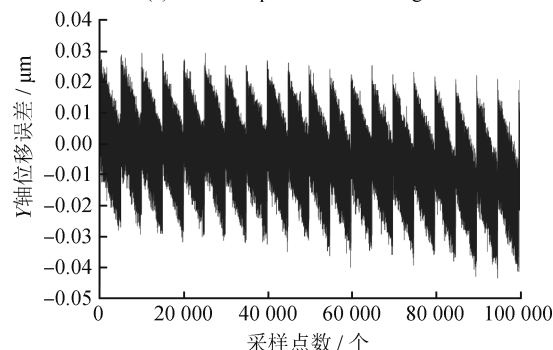
Fig.12 Grid scanning trajectory tracking results

本文的研究虽解决了多轴压电纳米定位平台的高精度控制问题,但仍存在一定不足,未来可从以下方面进一步深入研究:

1) 未考虑压电陶瓷的蠕变特性与柔性铰链的非线性变形,后续可引入蠕变补偿模型,进一步提升控制精度;



(a) X-axis displacement tracking error



(b) Y-axis displacement tracking error

图13 位移跟踪误差

Fig.13 Displacement tracking error

2) 未来可结合智能算法(如粒子群优化、遗传算法)实现滑模控制算法参数的自适应调节,提升系统的自适应能力与稳定性;

3) 后续可将该控制算法应用于实际高端装备(如半导体光刻机),结合实际工作场景的复杂扰动,进一步优化算法,推动其工程化应用。

参考文献

- [1] 李春霞. 压电驱动二维纳米定位平台的高速栅格扫描运动控制方法研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2017.
LI C X. Research on high-speed grid scanning motion control method for piezoelectric-driven two-dimensional nanopositioning platform [D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2017. (in Chinese)
- [2] 齐思宁, 李强. 多自由度压电纳米定位平台控制技术研究现状[J]. 计测技术, 2023, 43(6): 8-19.
QI S N, LI Q. Research status of control technologies for multi-DOF piezoelectric nano-positioning platform [J]. Metrology & Measurement Technology, 2023, 43(6): 8-19. (in Chinese)
- [3] 杜刚, 康晓旭, 曾江涛, 等. 多层压电驱动器在光刻机中的应用[J]. 激光与光电子学进展, 2022, 59(9):

- 393-402.
- DU G, KANG X X, ZENG J T, et al. Application of multilayer piezoelectric actuator in lithography scanners [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2022, 59 (9): 393-402. (in Chinese)
- [4] GUO Z, TIAN Y, LIU X, et al. An inverse Prandtl-Ishlinskii model based decoupling control methodology for a 3-DOF flexure-based mechanism [J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2015, 230: 52.
- [5] WU Z, LI Y, HU M. Design and optimization of full decoupled micro/nano-positioning stage based on mathematical calculation [J]. Mechanical Sciences, 2018, 9 (2): 417-429.
- [6] XU Q, LI Y. Optimal design and fabrication of a piezoactuated flexure XYZ parallel micropositioning stage [C]// Proceedings of 2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. IEEE, 2010: 3682-3687.
- [7] WANG H, ZHANG X. Input coupling analysis and optimal design of a 3-DOF compliant micro-positioning stage [J]. Mechanism and Machine Theory, 2008, 43 (4): 400-410.
- [8] CHEN X, LI Y, X Y, et al. Design and analysis of new ultra compact decoupled XYZ θ stage to achieve large-scale high precision motion [J]. Mechanism and Machine Theory, 2022, 167: 104527.
- [9] XIE Y, LI Y, CHEUNG C F, et al. Design and analysis of a novel compact XYZ parallel precision positioning stage [J]. Microsystem Technologies, 2021, 27: 1925-1932.
- [10] 余希达, 高健. 基于解耦控制算法XY θ 定位平台系统研究[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2020(10): 110-116.
- YU X D, GAO J. Research on XY θ positioning platform system based on decoupling control algorithm [J]. Combined Machine Tools and Automation Processing Technology, 2020(10): 110-116. (in Chinese)
- [11] YAN G, FANG H, MENG F. High-accuracy tracking of piezoelectric positioning stage by using iterative learning controller plus PI control [J]. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 2019, 41: 1-9.
- [12] LIANG H, LIU K, LI M, et al. Actuator saturation compensator design for disturbance observer based control structure supporting piezo driven nanopositioning systems [C]// Proceedings of 2022 IEEE 5th International Conference on Information Systems and Computer Aided Education (ICISCAE). IEEE, 2022: 645-650.
- [13] RAN M, LI J, XIE L. Reinforcement-learning-based disturbance rejection control for uncertain nonlinear systems [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2021, 52 (9): 9621-9633.
- [14] WEI W, DUAN B, ZUO M, et al. Active disturbance rejection control for a piezoelectric nano-positioning system: a U-model approach [J]. Measurement and Control, 2021, 54(3): 506-518.
- [15] EDWARDS C, SPURGEON S K. Sliding mode control: theory and applications [M]. Crc Press, 1998.
- [16] SHEN J C, JYWE W Y, LIU C H, et al. Sliding-mode control of a three-degrees-of-freedom nanopositioner [J]. Asian Journal of Control, 2008, 10(3): 267-276.
- [17] 余江. 压电驱动微定位平台的控制及评价研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2019.
- YU J. Research on control and evaluation of piezoelectric-driven micro - positioning platforms [D]. Chongqing: Chongqing University, 2019. (in Chinese)
- [18] 杜含笑, 李乐言. F-P干涉仪差分锁频系统研究[J]. 计量技术, 2023, 43(5): 56-61.
- DU H X, LI L Y. Study on F-P interferometer differential frequency locking system [J]. Metrology & Measurement Technology, 2023, 43(5): 56-61. (in Chinese)

(本文编辑: 刘圣晨 刘宇轩)



第一作者: 齐思宁(1996—), 助理工程师, 主要研究方向为纳米测量技术研究。



通信作者: 李强(1976—), 正高级工程师, 硕士研究生导师, 中国航空工业集团一级技术专家, 全国新材料与纳米计量技术委员会委员。主要研究方向为微纳米级表面形貌参数测量与校准、微纳尺度材料力学特征参数测量与校准、复杂微结构测量与评价。主持完成省部级科研项目10余项, 获奖多项。