doi：10.11823/j.issn.1674－5795.2021.05.07

四元数联合传递率在结构状态检测中的应用

任同群[1,2]，郑培珍[2]，徐征[1,2]，王晓东[1,2]
（1. 大连理工大学 精密与特种加工教育部重点实验室，辽宁 大连 116024；
2. 大连理工大学 微纳米技术及系统辽宁省重点实验室，辽宁 大连 116024）

摘　要：结构两点之间的传递率定义为测得响应信号的频谱之比，它与激励输入无关，综合反映了结构的物理特性，包括刚度、阻尼和质量等，因此被广泛应用于结构状态检测。本文将基于单通道振动信号的传递率推广至三通道振动信号的四元数联合传递率，将三轴加速度计采集的振动信号构建为矢量信号进行三通道联合处理。该方法保持了不同通道信号之间的关联性，克服了传统方法中单通道处理再联合分析的信号失真问题，同时也避免了不同次测量中传感器安装姿态对检测结果的影响，提高了实际工程应用性。基于无砟轨道综合试验平台，结合卡洛变换(K-LT)和对偶树四元数小波变换(DQWT)进行了扣件松脱以及温度力变化的状态检测，均获得正确率95%以上的检测结果。

关键词：结构状态检测；四元数联合传递率；扣件松脱；温度力
中图分类号：TB93；TP277　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1674－5795(2021)05－0065－09

Application of Quaternion-based Three-channel Joint Transmissibility in Structural State Detection

REN Tongqun[1,2], ZHENG Peizhen[2], XU Zheng[1,2], WANG Xiaodong[1,2]
(1. Key Laboratory for Precision & Non-traditional Machining of the Ministry of Education, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;
2. Key Laboratory for Micro/Nano Technology and System of Liaoning Province, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: The transmissibility between two points of the structure can be defined as the ratio of spectrum of two measured response signals. Transmissibility is entirely unrelated to the excitation and it comprehensively reflects the physical characteristics of the structure, including stiffness, damping and mass. Therefore, it is widely used in structural state detection. In this paper, signals detected by tri-axial accelerometer are treated as vector signals, and the transmissibilitiy for single channel signal are extended to quaternion-based three-channel joint transmissibility (QTJT). This method maintains the correlation among different channels, and overcomes the problem of signal distortion caused by separate processing for each single channel. Moreover, QTJT avoids the negative influence of sensor installation attitude on the final results in different detections. Thus engineering practicability is improved. Based on the comprehensive test platform of ballastless track, and state detection experiments of fastener loosening and temperature force changing were carried out by using QTJT, combined method of Karhunen-Loeve transform (K-LT) and dual-tree quaternion wavelet transform (DQWT). In every case of experiment, the accuracy of detection results reaches 95% and above.

Key words: structural state detection; quaternion-based three-channel joint transmissibility; fastener loosening; temperature force

0　引言

在实际工程中，多数情况下结构的激励未知或不易测得，这导致无法准确识别结构的模态参数，进而限制了基于结构参数变化的损伤检测方法的应用。相比之下，直接基于振动响应信号分析的状态检测方法不影响结构正常运行且费用较低，已成为目前结构健康检测的研究热点，也得到了广泛的工程应用，其基

收稿日期：2021－06－24；**修回日期**：2021－09－27
基金项目：辽宁省“兴辽英才计划”项目(XLYC2002020)；辽宁省自然科学基金项目(2020-MS-104)
引用格式：任同群，郑培珍，徐征，等. 四元数联合传递率在结构状态检测中的应用[J]. 计测技术，2021，41(5)：65－73.
REN T Q, ZHENG P Z, XU Z, et al. Application of quaternion-based three-channel joint transmissibility in structural state detection[J]. Metrology and measurement technology, 2021, 41(5): 65－73.

本过程包括损伤特征提取与分类[1-4]。

在众多所提取的损伤特征中，振动传递率反映了结构两测点之间的全部力学特性，可表示为结构刚度、阻尼和质量等物理参数的函数。Fauziyah 等人[5]利用加速度计阵列测量多泵间的振动传递率，实现了多泵的故障诊断。Dong 等人[6]基于振动传递率对随机激励下的螺栓松动监测进行了研究，克服了常用的振动方法在发现螺栓局部松动方面的不足。杨斌[7]采用相空间重构方法进行振动传递率函数分析，重构振动传递率函数矩阵，并以其奇异值熵作为损伤指标，提高了检测方法的抗干扰性。Luo 等人[8]以加权传递率作为损伤指标评估结构状态，提高了 TF 的信噪比。Chen 等人[9]利用神经网络，提取基于振动传递率的损伤诊断指标，并验证了其正确性。

在上述研究中，振动传递率仅基于单通道信号计算获得。在工程应用中，测试信号是实际振动在传感器敏感方向的投影。因此，基于单通道信号的方法在处理空间振动问题时容易陷入困难。为解决此问题，通常采用多加速度计或三轴加速度计获取空间振动信号，进行单通道信号处理及特征提取后再进行特征融合。但是，这种处理方法忽略了信号通道之间的关联性，融合后会带来失真甚至是虚假的结果。因此，有必要将多通道信号视为矢量信号，进行同时处理，以保证通道间的关联性。四元数三个虚部的运算是等价的，因此非常适合表示三维矢量信号。例如，Rehman 和 Mandic[10]研究了三维信号的经验模态分解，并证明三通道信息联合处理时会获得更好的精度。Tong[11]采用四元数 K-LT 对故障异步电机进行特征提取，但处理的数据仅限于时域四元数振动序列。Yi 和 Lv 等人[12-13]描述了四通道信号的相关性，提出一种基于凸优化的四元数奇异谱分析方法。Ren 等人[14-15]采用四元数，构建三轴信号的振动传递率，并验证了 K-LT 法和 DQWT 法，取得了较好的结果。此外，Ell 和 Sangwine[16-19]针对四元数傅立叶变换和相关分析问题进行了合作研究，相关研究成果为四元数频域分析奠定了理论基础。

本文提出了一种基于 QTJT 的状态检测方法，先后采用 K-LT 和 DQWT 技术提取状态特征指标向量，然后定义状态特征指标向量之间的欧氏距离并将其作为状态指标，针对轨道结构扣件松脱及内部温度力的变化，进行了状态检测与识别。通过在无砟轨道试验平台上开展实际实验，验证该方法的有效性。

1 四元数联合传递率相关理论

1.1 四元数传递率计算

对于单通道信号，振动传递率定义为结构两测试点的时域序列 x_i（输出）和 x_j（输入）的频谱比值。它描述了振动（振幅和相位）如何在结构的两个测试点之间进行传递。假设一个 n 自由度线性结构受外力 $f(t)=[f_1(t),f_2(t),\cdots,f_n(t)]$ 的激励，如果 $f(t)$ 具有形如白噪声的均匀谱密度，则 $f_k(t)$，$k=1,2,\cdots,n$ 的傅立叶变换则为一个常数 D。此时，由节点 j 到 i 的振动传递率计算公式为

$$ST_{ij}(\omega)=\frac{A_i(\omega)}{A_j(\omega)}=\frac{D\cdot\sum_{k=1}^{n}H_{ik}(\omega)}{D\cdot\sum_{k=1}^{n}H_{jk}(\omega)}=\frac{\sum_{k=1}^{n}H_{ik}(\omega)}{\sum_{k=1}^{n}H_{jk}(\omega)} \tag{1}$$

式中：$A_i(w)$，$A_j(w)$ 分别为节点 i，j 处振动加速度信号的频谱；$\boldsymbol{H}(\omega)$ 为 $n\times n$ 的频响函数矩阵，$\boldsymbol{H}(\omega)=-(\omega^2\boldsymbol{M}+i\omega\boldsymbol{C}+\boldsymbol{K})^{-1}$；$\boldsymbol{M}$ 为 $n\times n$ 的质量矩阵；$\boldsymbol{C}$ 为 $n\times n$ 的阻尼矩阵；$\boldsymbol{K}$ 为 $n\times n$ 的刚度矩阵。如果激振力只作用于一点 k，式(1)变为

$$ST_{ij}(\omega)=\frac{A_i(\omega)}{A_j(\omega)}=\frac{\boldsymbol{H}_{ik}(\omega)}{\boldsymbol{H}_{jk}(\omega)} \tag{2}$$

上述两情形中，激振力仅提供了振动能量，并未参与传递率的计算。此时，振动传递率仅与激励位置有关。根据式(1)和式(2)，振动传递率与频响函数有关，反映了结构的内在特性。因此，振动传递率可以用于结构状态检测。

采用三轴加速度计采集获得结构三个正交方向的振动信号 $a_x(t)$，$a_y(t)$，$a_z(t)$，可以构建纯虚四元数的时域序列 $a_q(t)=[a_{q1},a_{q2},\cdots,a_{qM}]$，其中，$a_{qr}=ia_{xr}+ja_{yr}+ka_{zr}$，$r\in[1,2,\cdots,M]$，$M$ 为序列维度。此时，传统的基于单通道信号频谱之比的振动传递率不再适用。此时四元数传递率可定义为

$$QT_{ij}(\omega)=\frac{A_{Qi}(\omega)}{A_{Qj}(\omega)}=A_{Qi}(\omega)A_{Qj}(\omega)^{-1}=\frac{A_{Qi}(\omega)A_{Qj}(\omega)^{*}}{A_{Qj}(\omega)\cdot A_{Qj}(\omega)} \tag{3}$$

式中：$A_Q(\omega)$ 为四元数谱；$\cdot$ 为四元数点乘符号；$*$ 为共轭运算符号。

Ell 提出了四元数傅立叶变换用于分析二维线性定常系统[16-17]，其原始定义可表示为

$$H[j\omega,kv]=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-j\omega t}h(t,\tau)e^{-kvt}dtd\tau \tag{4}$$

式(4)定义了二维函数 $h(t,\tau)$ 从空间域(t,τ)向空间频域$(j\omega,kv)$的转换。四元数傅立叶变换最早用于彩色图像的分析，具体形式[18]如下

$$F_Q(u,v)=\frac{1}{\sqrt{MN}}\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}e^{-\mu 2\pi\left(\frac{mu}{M}+\frac{nv}{N}\right)}f(m,n) \tag{5}$$

式中：μ 为随机单位纯虚四元数；$f(m,n)$为 $M\times N$ 彩色图像矩阵(三颜色通道构建纯虚四元数)；(m,n)和(u,v)分别为空间域和空间频域的坐标。对于纯虚四元数振动时域序列 $a_q(t)$，可视其为 $1\times N$ 的彩色图像，因此，$a_q(t)$的四元数谱计算公式为

$$A_Q(\omega)=\frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{t=0}^{N-1}e^{-\mu 2\pi\left(\frac{t\omega}{N}\right)}a_q(t)$$

$$\mu=\frac{1}{\sqrt{3}}(i+j+k) \tag{6}$$

由式(6)可知，$A_Q(\omega)$也是四元数序列，故由频谱之比定义的四元数传递率也是在频域内的四元数序列，和普通传递率一样，也包含了全部的结构内在特性。

1.2　四元数传递率特性

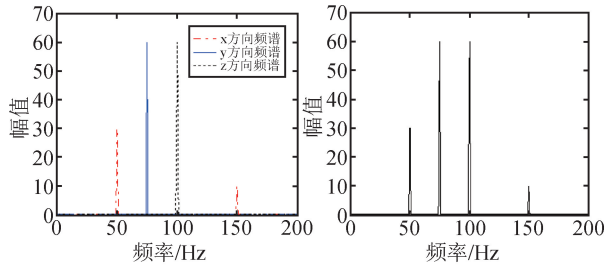
参考实数信号的傅立叶变换，四元数时域序列亦可以由不同频率分量的四元数信号的线性组合来表示。类似地，在四元数傅立叶变换中，可将变换后的模值作为纵坐标得到四元数幅频谱。

不失一般性，构造如下三通道信号$[x(t),y(t),z(t)]$，三个通道分别由不同频率的正(余)弦信号组成

$$\begin{aligned}x(t)&=\sin\left(2\pi\times 50t-\frac{30\pi}{180}\right)+10\cos(2\pi\times 150t)\\ y(t)&=60\sin\left(2\pi\times 75t-\frac{60\pi}{180}\right)\\ z(t)&=60\sin\left(2\pi\times 100t-\frac{30\pi}{180}\right)\end{aligned} \tag{7}$$

对 $x(t)$，$y(t)$，$z(t)$三个单通道信号分别进行独立的傅立叶变换，得到幅值谱如图 1(a)所示，然后将三个通道信号联合成$[x(t),y(t),z(t)]$，构建四元数序列并进行四元数傅立叶变换，可得到整体的频域信息，其幅值谱如图 1(b)所示。对比可以发现，联合信号的四元数频谱包含了全部信号的频率成分，是三通道信息的无损融合[20]。

当振动方向偏离传感器的敏感方向且仅使用单轴传感器时，振动幅值会减小，但频率不变。如果传感器的安装方向不能严格一致，传统的基于单通道信号的振动传递率将偏离理论值。在实际工程应用中，很难保证检测时传感器的安装方向严格一致。不仅如此，若振动方向是时变的，将直接导致传递率的时变，进而造成结构状态的误诊断。



(a) 单通道傅立叶变换结果　(b) 四元数傅立叶变换结果

(a) Single channel Fourier transform results　(b) Quaternion Fourier transform results

图 1　四元数傅立叶变换

Fig. 1　Quaternion Fourier transform of three-channel joint signal

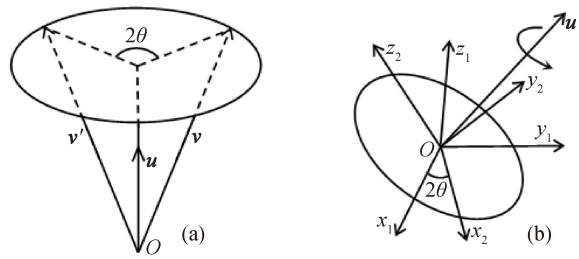
图 2(a)描述了任意向量 $\boldsymbol{v}\in R^3$ 绕 3D 单位向量 $\boldsymbol{u}$ 旋转 2θ 的情形。用上节中的定义将向量 $\boldsymbol{u}$ 和 $\boldsymbol{v}$ 扩展为纯虚四元数，则旋转之后得到的向量 $\boldsymbol{v}'$计算公式为

$$\boldsymbol{v}'=\boldsymbol{e}^{\boldsymbol{u}\theta}\boldsymbol{v}(\boldsymbol{e}^{\boldsymbol{u}\theta})^* \tag{8}$$

式中：$\boldsymbol{e}^{\boldsymbol{u}\theta}$为单位四元数的指数形式，$\boldsymbol{e}^{\boldsymbol{u}\theta}=\cos\theta+\boldsymbol{u}\sin\theta$。式(8)等价于三轴加速度计的测量坐标系原点不变，坐标系的方向绕向量 $\boldsymbol{u}$ 旋转 2θ，如图 2(b)所示。

向量 $\boldsymbol{v}'$的模值计算公式为

$$\|\boldsymbol{v}'\|=\|\boldsymbol{e}^{\boldsymbol{u}\theta}\boldsymbol{v}(\boldsymbol{e}^{\boldsymbol{u}\theta})^*\|=\|\boldsymbol{e}^{\boldsymbol{u}\theta}\|\cdot\|\boldsymbol{v}\|\cdot\|(\boldsymbol{e}^{\boldsymbol{u}\theta})^*\|=\|\boldsymbol{v}\| \tag{9}$$



(a) 三维矢量$\boldsymbol{v}$绕单位矢量$\boldsymbol{u}$旋转2θ　(b) 传感器坐标系的方向

(a) 3D vector v rotates about the unit v ector u by 2θ in a virtuall way　(b) Oeientation of sensor coordinate system changes in a virtuall way

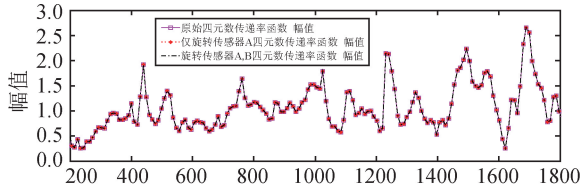
图 2　四元数描述空间向量旋转

Fig. 2　Quaternion describes vector rotation in space

上述分析表明当采用三轴加速度计时，只要安装位置固定，无论其安装姿态如何变化，均可如实采集获得空间振动信号。进而可推论，两测点的三轴加速度计位置固定且不考虑噪声干扰时，不论安装姿态如何，式(3)的四元数传递率幅值均为其理论值。为证明上述推论，基于无砟轨道综合试验平台，获得两测点振动信号的四元数时域序列，通过理论计算将测点 A，

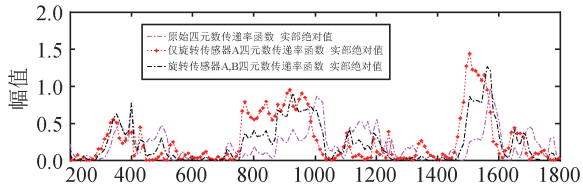
B 的信号分别绕 $\boldsymbol{u}_1$，$\boldsymbol{u}_2$ 旋转 π/6 和 π/3，获得三组四元数振动传递率，即初原始、仅旋转 A 信号以及旋转 A/B 信号的四元数振动传递率，如图 3 所示。由图 3 可知，当传感器姿态发生变化时，四元数传递率的实部与虚部幅值均发生变化，但整体幅值不变。其中，$\boldsymbol{u}_1$，$\boldsymbol{u}_2$ 分别为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{u}_1 &= \frac{i+j+k}{\sqrt{3}}\\ \boldsymbol{u}_2 &= \frac{i-j-k}{\sqrt{3}}\end{aligned} \tag{10}$$



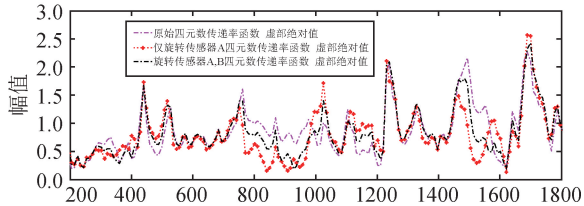
(a) 传递率整体

(a) Total transmissibility



(b) 传递率实部

(b) Real part of transmissibility



(c) 传递率虚部

(c) Imaginary part of transmissibility

图 3　信号旋转前后的四元数传递率幅值

Fig. 3　Amplitude of quaternion transmissibility before and after signal rotation

1.3　对偶树四元数小波变换

对偶树小波变换由离散小波变换(discrete wavelet transform，DWT)和复小波变换(complex wavelet transform，CWT)拓展而来，基于二维解析信号和希尔伯特变换(Hilbert transform，HT)构造而成。与实小波变换相比，对偶树四元数小波变换可以获得多角度、多尺度下的一个幅值和三个相位信息，同时具有良好的时移不变性[21]。

为了推广到二维，Bülow[22] 根据四元数傅里叶变换给出了四元数解析信号的定义，给定一个实数二维信号 $f(x, y)$，其四元数解析信号定义为

$$f^q(x,y) = f(x,y) + if_{Hi1}(x,y) + jf_{Hi2}(x,y) + kf_{Hi}(x,y) \tag{11}$$

式中：$f_{Hi1}(x, y)$ 和 $f_{Hi2}(x, y)$ 分别为沿 x 和 y 轴的希尔伯特变换；$f_{Hi}(x, y)$ 为完整的希尔伯特变换。

二维离散小波变换由一维离散小波变换沿两个正交基的张量积构成，可表示为尺度函数 $\varphi(x)\varphi(y)$、水平方向子带函数 $\varphi(x)\psi(y)$、竖直方向子带函数 $\psi(x)\varphi(y)$ 和对角线方向子带函数 $\psi(x)\psi(y)$ 的组合[23]。相似地，四元数小波同样具有一个尺度函数和三个小波子带函数，即将二维离散小波变换与三个实小波(由一维希尔伯特变换得到)组合构成一个四元数，从而得到二维解析小波。以对角子带 $\psi(x)\psi(y)$ 为例，其二维希尔伯特变换计算公式为

$$\begin{aligned}f_{Hi1}\{\psi_h(x)\psi_h(y)\} &= \psi_g(x)\psi_h(y)\\ f_{Hi2}\{\psi_h(x)\psi_h(y)\} &= \psi_h(x)\psi_g(y)\\ f_{Hi}\{\psi_h(x)\psi_h(y)\} &= \psi_g(x)\psi_g(y)\end{aligned} \tag{12}$$

式中：(ψ_h, ψ_g) 为特定滤波器 h 和 g 对应的小波函数，它遵循 $\{\psi_h, \psi_g = \mathrm{HT}(\psi_h)\}$ 的原则。式(12)中的每个分量均可由一维对偶树复小波的组合计算。因此，对角线子带四元数小波计算公式为

$$\begin{aligned}\psi^D(x,y) &= \psi_h(x)\psi_h(y) + i\psi_g(x)\psi_h(y) +\\ &\quad j\psi_h(x)\psi_g(y) + k\psi_g(x)\psi_g(y)\end{aligned} \tag{13}$$

同理可得水平、垂直子带四元数小波以及四元数尺度函数[24]分别为

$$\begin{aligned}\psi^H(x,y) &= \varphi_h(x)\psi_h(y) + i\varphi_g(x)\psi_h(y) +\\ &\quad j\varphi_h(x)\psi_g(y) + k\varphi_g(x)\psi_g(y)\\ \psi^V(x,y) &= \psi_h(x)\varphi_h(y) + i\psi_g(x)\varphi_h(y) +\\ &\quad j\psi_h(x)\varphi_g(y) + k\psi_g(x)\varphi_g(y)\\ \varphi(x,y) &= \varphi_h(x)\varphi_h(y) + i\varphi_g(x)\varphi_h(y) +\\ &\quad j\varphi_h(x)\varphi_g(y) + k\varphi_g(x)\varphi_g(y)\end{aligned} \tag{14}$$

对偶树小波变换的计算细节可参考文献[25]。

2　基于四元数联合传递率的状态检测方法

2.1　卡洛变换(K-LT)法

K-LT 是一种基于对象统计特征的最优正交变换。它可以消除统计相关性，但保留分类信息。将状态已知条件下测量得到的四元数传递率模值向量作为训练样本，并构建为状态矩阵 $\boldsymbol{S}_Q = [s_1, s_2, \cdots, s_N] \in \boldsymbol{R}^{M\times N}$，其中 M 为测量四元数传递率的长度，即参与运算的有效谱线数目，N 为测量的传递率数目。状态矩

阵 $\boldsymbol{S}_Q$ 的协方差矩阵 $\boldsymbol{C}_Q \in \boldsymbol{R}^{M\times N}$可以分解为

$$\boldsymbol{C}_Q = \boldsymbol{W}\cdot\boldsymbol{\Sigma}\cdot\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}} \tag{15}$$

式中：$\boldsymbol{W}=[w_1, w_2, \cdots, w_N]\in\boldsymbol{R}^{M\times N}$为特征向量矩阵张成的特征子空间；$\boldsymbol{\Sigma}=\mathrm{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_N)\in\boldsymbol{R}^{N\times N}$为特征值矩阵，且 $\lambda_1\geqslant\lambda_2\geqslant\cdots\geqslant\lambda_N$。对任意训练四元数传递率模值向量 $\boldsymbol{s}_j$，$j=1, 2, \cdots, N$，将其投影到特征子空间可获得新的向量 $\boldsymbol{s}_j'=\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{s}_j$。此时，$\boldsymbol{s}'_j$ 可作为状态索引向量。将未知状态下测得的四元数传递率模值向量以同样方式投影到特征子空间，获得投影向量 $\boldsymbol{s}'_t$，然后计算 $\boldsymbol{s}'_j$ 和 $\boldsymbol{s}'_t$ 的欧氏距离，称取得最小欧式距离的投影向量为匹配向量，即同一状态。

2.2　对偶树四元数小波变换(DQWT)法

如图 4 所示，将同一状态下 4 个测试四元数传递率模值向量叠加，构建状态特征图。图 4 表明同一状态下的不同样本有很大的相似性而又有着局部的差异性。

图 4　四元数传递率灰度图

Fig. 4　Grey-scale map of quaternion transmissibility

对状态特征图进行对偶树小波变换，其系数可构成一个矩阵 $\boldsymbol{F}$，即

$$\boldsymbol{F}=\begin{bmatrix} LL_{\varphi_h(x)\varphi_h(y)} & LH_{\varphi_h(x)\psi_h(y)} & HL_{\psi_h(x)\varphi_h(y)} & HH_{\psi_h(x)\psi_h(y)} \\ LL_{\varphi_g(x)\varphi_h(y)} & LH_{\varphi_g(x)\psi_h(y)} & HL_{\psi_g(x)\varphi_h(y)} & HH_{\psi_g(x)\psi_h(y)} \\ LL_{\varphi_h(x)\varphi_g(y)} & LH_{\varphi_h(x)\psi_g(y)} & HL_{\psi_h(x)\varphi_g(y)} & HH_{\psi_h(x)\psi_g(y)} \\ LL_{\varphi_g(x)\varphi_g(y)} & LH_{\varphi_g(x)\psi_g(y)} & HL_{\psi_g(x)\varphi_g(y)} & HH_{\psi_g(x)\psi_g(y)} \end{bmatrix} \tag{16}$$

$\boldsymbol{F}$ 的第一列包含图像的低频信息，第 2 ~ 4 列分别代表图像在水平方向、垂直方向和对角线方向的高频信息。

$$\begin{aligned} Q_{LL} &= LL_{\varphi_h(x)\varphi_h(y)} + iLL_{\varphi_g(x)\varphi_h(y)} + jLL_{\varphi_h(x)\varphi_g(y)} + kLL_{\varphi_g(x)\varphi_g(y)} \\ Q_{LH} &= LH_{\varphi_h(x)\psi_h(y)} + iLH_{\varphi_g(x)\psi_h(y)} + jLH_{\varphi_h(x)\psi_g(y)} + kLH_{\varphi_g(x)\psi_g(y)} \\ Q_{HL} &= HL_{\psi_h(x)\varphi_h(y)} + iHL_{\psi_g(x)\varphi_h(y)} + jHL_{\psi_h(x)\varphi_g(y)} + kHL_{\psi_g(x)\varphi_g(y)} \\ Q_{HH} &= HH_{\psi_h(x)\psi_h(y)} + iHH_{\psi_g(x)\psi_h(y)} + jHH_{\psi_h(x)\psi_g(y)} + kHH_{\psi_g(x)\psi_g(y)} \end{aligned} \tag{17}$$

对偶树小波变换的系数包含了一个幅值信息和三个相位信息。$\boldsymbol{F}$ 的每一列可以构成式(17)的四元数，计算其每个四元数的幅值和相位，并重新组合得到幅值-相位矩阵

$$\boldsymbol{AF}=\begin{vmatrix} |Q_{LL}| & \varphi_{LL} & \theta_{LL} & \psi_{LL} \\ |Q_{LH}| & \varphi_{LH} & \theta_{LH} & \psi_{LH} \\ |Q_{HL}| & \varphi_{HL} & \theta_{HL} & \psi_{HL} \\ |Q_{HH}| & \varphi_{HH} & \theta_{HH} & \psi_{HH} \end{vmatrix} \tag{18}$$

式中：|　|为幅值符号；(φ, θ, ψ) 为相位角。假设原始数据阵列为 $m\times n$，当四元数小波分解层数为 j 时，幅值-相位矩阵 $\boldsymbol{AF}$ 的大小为$(4\ m/2^j)\times(4n/2^j)$。

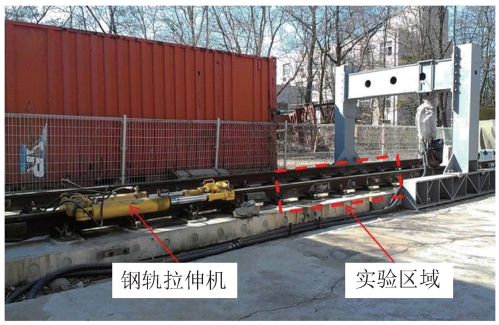
获得每种已知状态下的多组四元数传递率，构建状态特征图作为训练样本，对其进行对偶树四元数小波变换得到低频幅值相位向量 $\boldsymbol{AF}_i$，同样地，构建未知状态下的状态特征图，计算其低频幅值相位向量 $\boldsymbol{AF}_j$，计算 $\boldsymbol{AF}_i$ 和 $\boldsymbol{AF}_j$ 之间的最小欧式距离并将其作为状态识别指标，与上节方法类似。取低频幅值相位信息，既综合考虑了二维传递率图像的幅值相位信息，又减小了单传递率的测量不确定性对检测结果的影响，且降低了原始数据的大小。

3　状态检测实验

实验对象为总长 20 m 的 CRTS-I 型“无砟轨道综合试验平台”，钢轨两端锁紧，中间由配套的 WJ-7 型扣件锁紧。实验时在轨底隔跨两组扣件安装两个三轴加速度传感器 PCB 356A33，采用力锤 YD－5T 在实验区域左侧某处的轨顶施加激励，敲击方向垂直于轨顶并保持激励位置固定，以 10 kHz 的采样频率采集振动信号，采集设备为 DHDAS－5902 动态信号采集分析系统。实验现场及传感器布置如图 5 所示。

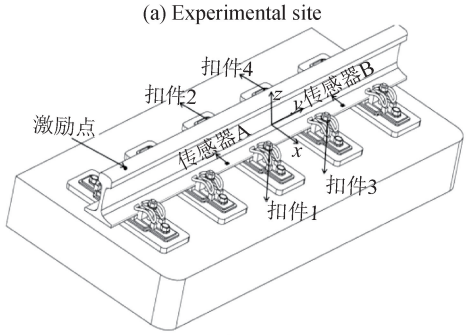
首先，利用钢轨扣件的松脱与否模拟不同状态，根据扣件松脱顺序设置五种不同工况，分别为：扣件全部锁紧，扣件 1 松脱，扣件 1 和 2 松脱，扣件 1，2 和 3 松脱以及 4 个扣件全部松脱。每种工况下，在左侧激励点用力锤激励 40 次。根据前述四元数传递率函数的计算方法，计算得到每种工况下的 40 组传递率函数。图 6 为工况 1 下的全部 40 次四元数传递率，取 200 ~ 1700 Hz 部分传递率函数，可见其重合性很好[26]。一方面，说明了传递率计算的正确性；另一方面，也验证了四元数传递率函数仅由激励位置和结构自身特性确定，而与激励大小无关的结论。

分别求取五种工况下的 40 组四元数传递率函数平均值，如图 7 所示。在选取频段内，传递率谱线大体重合，仅在部分频率区间存在较明显差别。这是因为相较实验区域，试验平台在较长一段钢轨上的扣件是锁紧的，仅松脱局部相邻扣件对整体结构的影响较小。



(a) 实验现场

(a) Experimental site



(b) 传感器布置

(b) Sensor location

图 5　实验现场及传感器布置

Fig. 5　Experiment site and sensor location

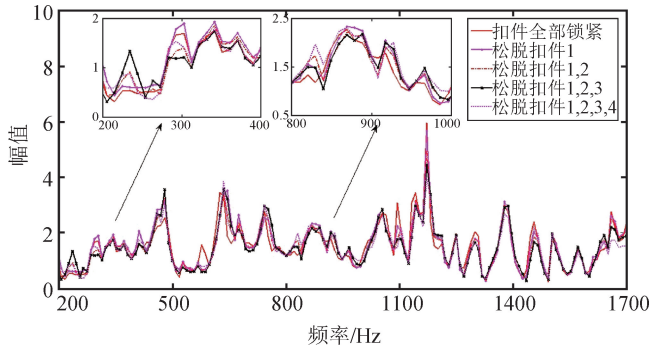


图 6　工况 1 下 40 组原始四元数传递率函数幅值谱[26]

Fig. 6　Amplitude spectrums of 40 sets of original quaternion transmissibility under situation 1[26]

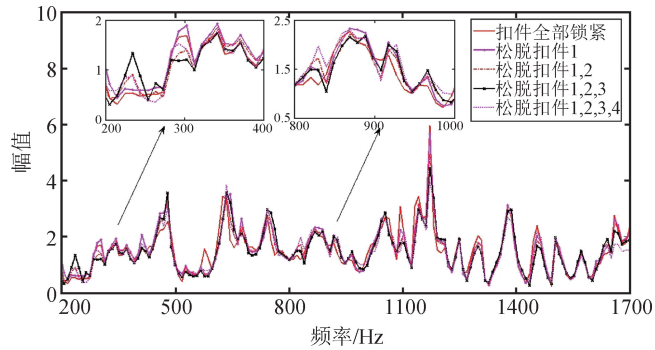


图 7　五种工况下平均四元数传递率函数幅值谱

Fig. 7　Average amplitude spectrum of quaternion transmissibility under five situations

采用 2.1 中基于 K-LT 的方法进行状态识别，分别取五种工况的前 30 组传递率函数作为训练样本，后 10 组作为测试样本，用来验证该方法的有效性。检测结果如表 1 所示，其中，测试 QTJT(i)下的第一列数字表示与之取得最小欧氏距离的训练样本列序号，正确识别时第 j 测试组下的 QTJT(i)对应序号应为 $30\times(j-1)+1\sim30j$；第二列表示状态识别结果，‘√’表示识别正确，‘×’表示识别错误。由表 1 可知，该方法取得了 98% 的状态识别正确率。

基于上述数据，采用 2.2 中 DQWT 方法进行状态识别处理，分解层次取 2，每种状态下计算得到的 40 组 QTJTs 模值矩阵 $\boldsymbol{V}\in\boldsymbol{R}^{152\times40}$，每 4 组 QTJT 作为一个样本，每种状态得到 10 组样本，其中前 6 组作为训练样本，后 4 组作为测试样本。识别结果如表 2 所示，状态 $i(i=1,2,3,4,5)$ 正确的匹配范围应为 $6(i-1)+1\sim6i$。由表 2 可知，该方法状态识别正确率达到了 100%。

表 1　基于 K-LT 方法扣件松脱状态检测结果[26]

Tab. 1　Detection results based on K-LT method

状态编号	测试 QTJT 1		测试 QTJT 2		测试 QTJT 3		测试 QTJT 4		测试 QTJT 5		测试 QTJT 6		测试 QTJT 7		测试 QTJT 8		测试 QTJT 9		测试 QTJT 10	
	序号	结果	序号	结果	序号	结果	序号	结果	序号	结果	序号	结果	序号	结果	序号	结果	序号	结果	序号	结果
1	19	√	30	√	22	√	20	√	21	√	26	√	17	√	18	√	21	√	18	√
2	31	√	35	√	56	√	40	√	40	√	53	√	32	√	57	√	40	√	57	√
3	88	√	88	√	66	√	90	√	72	√	90	√	66	√	67	√	90	√	115	×
4	110	√	108	√	109	√	116	√	98	√	118	√	113	√	116	√	108	√	95	√
5	135	√	124	√	144	√	146	√	135	√	148	√	139	√	135	√	150	√	136	√

表 2　基于 DQWT 方法扣件松脱状态检测结果[26]

Tab. 2　Detection results based on DQWT method

状态	测试 QTJT 1		测试 QTJT 2		测试 QTJT 3		测试 QTJT 4	
	序号	结果	序号	结果	序号	结果	序号	结果
1	5	√	5	√	5	√	5	√
2	11	√	11	√	11	√	10	√
3	18	√	18	√	15	√	15	√
4	24	√	29	√	20	√	23	√
5	28	√	28	√	28	√	28	√

采用 LG-900 型液压钢轨拉伸机拉伸钢轨，模拟钢轨内部纵向温度力的变化，分别设置拉应力：0，10，20，30，40，50 MPa。首先，松脱全部扣件以释放钢轨内部纵向温度力，稳定后拉伸机分别以上述设置应力动作进行钢轨拉伸，而后再将全部扣件锁紧，缩紧力矩为 150 N·m。同样地，每次拉伸之后按照前面的实验方法，依次松脱相邻两组扣件，得到 30 组状态，每种状态采集 20 组振动信号，计算得到 20 组四元数传递率。在每种状态下，以其前 12 组 QTJT 分别构建 3 个状态特征图作为训练样本，以后 8 组 QTJT 分别构建 2 个状态特征图作为测试样本，表 3 为该实验的状态组织安排情况。基于 DQWT 方法进行状态识别处理，每种状态的匹配范围应为 $3(i-1)+1 \sim 3i$，所有样本的识别结果如表 4 所示，该方法状态识别正确率达到了 100%。

表 4 的实验结论表明，该方法可实现分辨力优于 10 MPa 的钢轨温度力变化识别。基于铁路轨道相关标准，钢轨的相关参数如下：截面积为 7.745×10^{-3} m^2，线膨胀系数 $\alpha = 0.0118$ mm/(m·℃)，弹性模量 $E = 2.1 \times 105$ MPa。则轨温有 1 ℃变化时所产生的内部纵向力计算公式为

$$F = \sigma A = E\frac{\Delta L}{L}A = E \cdot \alpha \cdot T \cdot A = 2.1 \times 10^5 \text{ MPa} \times 11.8 \times 10^{-6} \times 7.745 \times 10^{-3} \text{ m}^2 = 19192.11 \text{ N} \tag{19}$$

LG-900 型液压钢轨拉伸机的油缸截面积为 $S = 3.352 \times 10^{-3}$ m^2，则其 10 MPa 的拉应力对应 10 MPa × S = 33520 N 的拉力。进而，10 MPa 的拉应力相对应的钢轨温度变化为 33520 N /19192.11 N × 1℃ = 1.75 ℃。因此，本方法可实现分辨力优于 10 MPa 的钢轨温度力变化识别，相当于锁定状态下 1.75 ℃的轨温变化。

表 3　温度力、扣件松脱综合实验结构状态安排

Tab. 3　Structure state arrangement for comprehensive experiment of temperature force and fastener looseness

编号	扣件状态	温度力	状态
1	全部扣件锁紧	0 MPa	状态 1
		…	…
		50 MPa	状态 6
2	1 个扣件松脱	0 MPa	状态 7
		…	…
		50 MPa	状态 12
…	…	…	…
5	全部扣件松脱	0 MPa	状态 25
		…	…
		50 MPa	状态 30

表 4　基于 DQWT 温度力、扣件松脱综合钢轨状态检测结果[26]

Tab. 4　Detection results based on DQWT method for the comprehensive experiment

扣件状态编号	0 MPa				10 MPa				20 MPa				30 MPa				40 MPa				50 MPa			
	样本 1		样本 2		样本 1		样本 2		样本 1		样本 2		样本 1		样本 2		样本 1		样本 2		样本 1		样本 2	
	序号	结果	序号	结果	序号	结果	序号	结果	序号	结果	序号	结果	序号	结果	序号	结果	序号	结果	序号	结果	序号	结果	序号	结果
1	3	√	1	√	5	√	6	√	9	√	7	√	10	√	10	√	14	√	13	√	18	√	18	√
2	21	√	20	√	23	√	24	√	25	√	26	√	29	√	28	√	33	√	33	√	36	√	34	√
3	39	√	39	√	40	√	41	√	43	√	44	√	48	√	47	√	49	√	51	√	53	√	53	√
4	57	√	57	√	60	√	58	√	63	√	63	√	65	√	65	√	68	√	68	√	71	√	72	√
5	74	√	75	√	76	√	77	√	81	√	79	√	83	√	83	√	87	√	87	√	90	√	88	√

4 结论

将传统的基于单通道信号的振动传递率推广到多通道信号的四元数振动传递率，并结合 K-LT 技术和 DQWT，给出了基于四元数联合传递率的的结构状态检测方法。通过在无砟轨道试验平台上的实际试验，验证了该方法的有效性，状态识别结果正确率高于 95%。上述方法提供了一种识别状态变化是否存在的解决方案，未来可以通过增加测试点和依次识别相邻四元数传递率，进一步发展为同时识别状态变化的存在和位置。更重要的是，该方法保留了振动传递率的理论值，对传感器的安装方向没有严格的要求，在实际应用中具有明显优势。特别是基于 DQWT 的方法，综合考虑了多个被测传递率，降低了单次测量不确定性的影响。本文的研究为推动直接基于振动响应信号分析的状态检测方法发展起到了积极作用，具有重要技术应用价值。

参 考 文 献

[1] GOMES G F, MENDEZ Y A D, ALEXANDRINO P D S L, et al. A review of vibration based inverse methods for damage detection and identification in mechanical structures using optimization algorithms and ANN[J]. Archives of computational methods in engineering, 2019.

[2] AN Y, CHATZI E, SIM S, et al. Recent progress and future trends on damage identification methods for bridge structures[J]. Structural control and health monitoring, 2019.

[3] 党伟，胡明辉，江志农，等. 燃气轮机压气机动叶片断裂故障振动特征及其诊断方法[J]. 振动与冲击，2021，40(10)：7－19.
DANG W, HU M H, JIANG Z N, et al. Vibration features and diagnosis methods for rotor blade fracture in a gas turbine′s compressor[J]. Journal of vibration and shock, 2021, 40(10): 7－19. (in Chinese)

[4] TENG Z, TENG S , ZHANG J , et al. Structural damage detection based on real-time vibration signal and convolutional neural network[J]. Applied sciences, 2020, 10(14).

[5] ANISATUL F, TRY R S, MIFTA N F, et al. Vibration transmissibility measurement on multi pump damage detection using accelerometer array[J]. Journal of physics: conference series, 2018, 1075(1).

[6] DONG G, CHEN J, ZHAO F, et al. Monitoring of the looseness in cargo bolts under random excitation based on vibration transmissibility[J]. Shock and vibration, 2021: 8841940.

[7] 杨斌. 基于振动响应的结构损伤检测方法研究[D]. 湖南：湖南大学，2014.
YANG B. Research on the structural damage detection methods based on the vibration response[D]. Hunan: Hunan University, 2014. (in Chinese)

[8] LUO Z, LIU H, YU L. Weighted transmissibility assurance criterion for structural damage detection[J]. Journal of aerospace engineering, 2021, 34(3): 04021016.

[9] MAIA N, ALMEIDA R, URGUEIRA A, et al. Damage detection and quantification using transmissibility[J]. Mechanical systems and signal processing, 2011, 25(7).

[10] REHMAN N U , MANDIC D P. Empirical mode decomposition for trivariate signals[J]. IEEE transactions on signal processing, 2009, 58(3): 1059－1068.

[11] JIA T. Feature extraction for vibration signal of asynchronous motor based on quaternion KL transform[C]//2010 International conference on electrical and control engineering. IEEE, 2010: 1006－1009.

[12] YI C, LYU Y, DANG Z , ET al. Quaternion singular spectrum analysis using convex optimization and its application to fault diagnosis of rolling bearing[J]. Measurement, 2017.

[13] LYU Y, HE B, YI C, ET al. A novel scheme on multi-channel mechanical fault signal diagnosis based on augmented quaternion singular spectrum analysis[J]. Journal of vibroengineering, 2017, 19(2).

[14] REN T, HE L, WANG D, et al. Structural state detection using quaternion-based three-channel joint transmissibility[J]. Journal of vibroengineering, 2015, 17(2).

[15] REN T, HUI M, WANG X, ET Al. Structural state inspection using dual-tree quaternion wavelet transform[J]. Journal of vibroengineering, 2018, 20(1).

[16] ELL T A. Hypercomplex spectral transformations[D]. University of Minnesota, 1992.

[17] ELL T A. Quaternion-Fourier transforms for analysis of two-dimensional linear time-invariant partial differential systems[C]//Proceedings of 32nd IEEE conference on decision and control. IEEE, 1993: 1830－1841.

[18] ELL T A , SANGWINE S J . Hypercomplex fourier transforms of color images[J]. IEEE transactions on image processing: a publication of the IEEE signal processing society, 2007.

[19] MOXEY C E, SANGWINE S J, ELL T A. Hypercomplex correlation techniques for vector images[J]. IEEE transactions on signal processing, 2003, 51(7): 1941－1953.

[20] 何亮. 基于四元数理论的结构振动分析[D]. 大连：大连理工大学，2015.
HE L. Structure vibration analysis based on quaternion theory[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2015. (in Chinese)

[21] BAYRO-CORROCHANO E. The theory and use of the quaternion wavelet transform[J]. Journal of mathematical imaging and vision, 2006, 24(1).

[22] BÜLOW T, SOMMER G. A novel approach to the 2D analytic signal[C]//International conference on computer analysis of images and patterns. springer, berlin, heidelberg, 1999: 25 – 32.

[23] CHAN W, CHOI H, BARANIUK R. Quaternion wavelets for image analysis and processing[C]//2004 International conference on image processing, 2004. ICIP'04. IEEE, 2004, 5: 3057 – 3060.

[24] GAI S, LUO L. Visual objects tracking and identification based on reduced quaternion wavelet transform[J]. Signal, image and video processing, 2014, 8(1).

[25] CHAN W L, CHOI H, BARANIUK R G. Coherent multiscale image processing using dual-tree quaternion wavelets[J]. IEEE transactions on image processing: a publication of the IEEE Signal Processing Society, 2008, 17(7).

[26] 惠美玲. 基于四元数小波变换的结构状态检测研究[D]. 大连：大连理工大学，2016.

HUI M L. Study on structural state detection based on quaternion wavelet transform[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2016. (in Chinese)

作者简介

任同群(1980 –)，男，辽宁大连人，汉族，大连理工大学副教授，硕士生导师。现任大连理工大学机械工程学院微纳米技术及系统研究所副所长；中国计量测试学会会员、辽宁省仪器仪表学会会员；《光学精密工程》《上海理工大学学报》《International Journal of Precision Engineering and Manufacturing》《Frontiers in Energy》等期刊特约审稿专家。

主要从事精密微小装配技术、精密测试技术、信号处理等方面的研究。作为项目负责人，先后承担国家自然科学基金项目1项、省部级项目3项，企业委托项目4项；作为主要研究人员参加国家科技重大专项、KGJ基础科研、国家重点研发计划等多项项目课题。近年来获得中国航空工业集团公司技术进步一等奖1项；发表论文30余篇，其中EI，SCI收录20余篇，获得国家发明专利20余项。