

doi: 10.11823/j.issn.1674-5795.2020.02.03

基于三维坐标的转台定位精度标定方法

李洋, 曹铁泽, 瞿剑苏

(航空工业北京长城计量测试技术研究所, 北京 100095)

摘要: 随着应用领域的扩展, 转台的形式变得多样化, 针对传统的转台精度标定方法存在局限性的问题, 提出一种基于三维坐标的转台定位精度标定方法, 通过坐标测量设备测量定位点坐标值; 利用最小二乘法得到空间圆方程; 利用不确定度权值融合算法优化目标函数; 通过坐标系变换消除轴向误差得到转台运动的角度值。分析了影响标定精度的因素, 提出了优化方法。将该方法应用于一维和三维转台标定实验中, 证明了该方法的可用性与便携性。

关键词: 转台; 坐标测量; 空间圆拟合; 权值分配

中图分类号: TB92

文献标识码: A

文章编号: 1674-5795(2020)02-0014-06

Calibration Method of Turntable Positioning Accuracy Based on 3 Dimensional Coordinates

LI Yang, CAO Tieze, QU Jiansu

(Changcheng Institute of Metrology & Measurement, Beijing 100095, China)

Abstract: With the expansion of application fields, the forms of turntables have become diversified, and the traditional precision calibration methods of turntables have limitations. A calibration method for positioning accuracy of turntables based on coordinates is proposed. The coordinate values of the positioning point are measured by a coordinate measuring device; the least square method is used to obtain the space circle equation; the uncertainty weight fusion algorithm is used to optimize the objective function; the coordinate system transformation eliminates the axial error to obtain the angle value of the turntable movement. The factors affecting the calibration accuracy are analyzed, and an optimization method is proposed. Method is applied to the calibration experiments of one-dimensional and three-dimensional turntables, and the results prove the usability and portability of the method.

Key words: turntable; coordinate measurement; space circle fitting; weight allocation

0 引言

转台是一种复杂的集光机电于一体的现代化设备^[1], 在多个领域中有着广泛的应用。例如, 在飞行器的研制中, 转台能够模拟飞行器的各种姿态, 复现其运动时的各种特性, 实现对其性能指标的仿真。军事上, 雷达天线的瞄准控制, 高射炮、战术导弹发射架的跟踪控制, 坦克、军舰的炮塔运动控制等都是基于转台运动来实现的^[2]。因此准确标定转台的转动精度是非常重要的。

传统转台定位精度标定的方法主要有多齿分度台法和平行光管加多面棱体的方法^[3]。多齿分度台法受限于分度台的齿数, 无法实现任意角度的标定。平行光管加多面棱体的方法多用于水平的一维转台标定, 当转台非水平或转台轴心不可见时, 该方法不再适用^[4]。针对传统转台定位精度标定的劣势, 本文提出

了一种基于坐标测量的转台定位精度标定方法。通过在转台上布置定位点, 随转台运动一周得到多组点坐标值; 利用空间圆拟合算法得到圆和圆心坐标; 再通过坐标系转换算法消除转台的轴向误差, 进而得到转台转过的角度。该方法操作简单, 可对多轴转台、异形转台实现高精度的标定。

1 标定方案

1.1 测量方法

首先需要在需要标定的转台台面上设置一个定位点, 该定位点通过紧固装置固定在台面上, 可以跟随转台一起运动, 且运动与台面没有相对位移, 示意图如图 1 所示。

设转台从 0° 开始运动, 依次转过角度值 α_i , ($i = 1, 2, \dots, n$), 每到达一个位置后停止, 由测量设备对定位点进行测量。转台运动一周后, 得到一组测量点

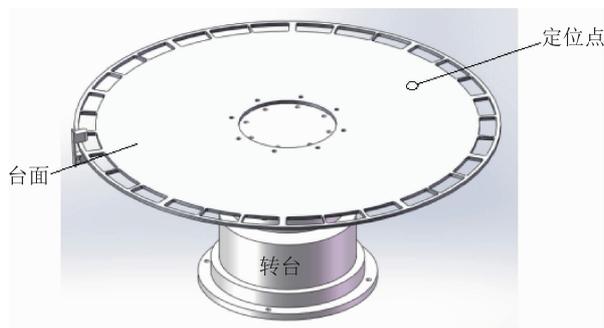


图1 转台测量定位点示意图

的坐标值

$$P_i = (x_i, y_i, z_i), (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

1.2 空间圆拟合

理想情况下，定位点随转台运动一周，得到的测量点应处在同一平面内，即转台旋转平面。但由于测量仪器的测量误差和转台的轴向跳动的存在，实际情况下测量点不在同一平面。因此应采用空间圆的拟合方法进行处理^[5]。

空间圆可以看作由1个球面与1个过球心的平面相交而成的空间曲线，如图2所示。

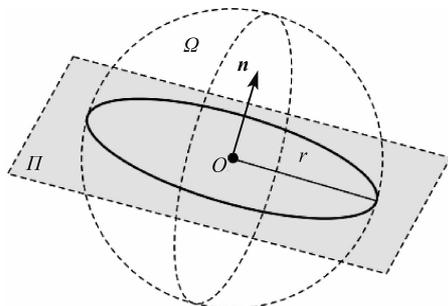


图2 空间圆示意图

Π 表示平面，其方程定义为

$$Ax + By + Cz + D = 0 \quad (2)$$

式中： A, B, C 为平面法向量 n 的分量； D 为常系数。

Ω 表示球面，其方程定义为

$$\begin{aligned} & (x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + (z_i - z_0)^2 \\ & = (x_j - x_0)^2 + (y_j - y_0)^2 + (z_j - z_0)^2 \end{aligned} \quad (3)$$

式中： (x_0, y_0, z_0) 为球心坐标； (x_i, y_i, z_i) 和 (x_j, y_j, z_j) 为球面上任意两点。联合上述2个方程可以得到空间圆方程。确定空间圆方程，需要求解 $A, B, C, D, x_0, y_0, z_0$ 共7个参数。

利用定位点坐标、圆心坐标和空间圆所在平面方程建立目标函数。任意2个测量点 P_i, P_j 到球心 O 的距离分别为

$$\begin{cases} d_i = \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + (z_i - z_0)^2} \\ d_j = \sqrt{(x_j - x_0)^2 + (y_j - y_0)^2 + (z_j - z_0)^2} \end{cases} \quad (4)$$

理想情况下，公式应满足

$$|d_i - d_j| = 0 \quad (5)$$

即任意2个测量点到圆心的距离均相等。

同时，任意1个测量点 P_i 到平面 Π 的距离为

$$d_{\Pi} = \frac{|Ax_i + By_i + Cz_i + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \quad (6)$$

理想情况下，公式应满足

$$d_{\Pi} = 0 \quad (7)$$

即任意一个测量点到平面的距离都为0。上述2个公式联合，建立目标函数

$$F = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n [|d_i - d_j|^2 + d_{\Pi}^2] \quad (8)$$

1.3 权值分配

对于旋转半径可达几米甚至几十米的大型转台，由于仪器测量不确定度通常与距离成正比，当仪器分别测量近距离定位点和远距离定位点时，不确定度会相差很大。如果按照等权值建立目标函数，会导致不确定度大的测量点所占比重过大，使目标函数失真。针对此问题，采用不确定度加权融合的算法，优化目标函数。构建过程如下：

根据A类标准不确定度评价方法^[6]，令仪器在短时间内对定位点 P_i 重复测量 m 次，得到测量结果： $(x_{il}, y_{il}, z_{il}), (l = 1, 2, \dots, m)$ ，将其算术平均值作为估计值，即为定位点 P_i 的坐标值 (x_i, y_i, z_i) 。计算标准偏差为

$$\begin{cases} u_{xi} = \sigma(x_i) / \sqrt{m} \\ u_{yi} = \sigma(y_i) / \sqrt{m} \\ u_{zi} = \sigma(z_i) / \sqrt{m} \end{cases} \quad (9)$$

定位点 P_i 测量结果的合成标准不确定度 u_{ci} 应满足不确定度合成原则^[7]，同时对每个定位点 P_i 赋予权值 σ_i ，则有

$$u_{ci} = \sigma_i \sqrt{u_{xi}^2 + u_{yi}^2 + u_{zi}^2} \quad (10)$$

权值 σ_i 应满足

$$\sum_{i=1}^n \sigma_i = 1 \quad (11)$$

为使不确定度 $U = \sum_{i=1}^n u_{ci}$ 最小，联合式(10)和式(11)，引入拉格朗日乘数法，建立函数

$$LL = \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 (u_{xi}^2 + u_{yi}^2 + u_{zi}^2) - \gamma (\sum_{i=1}^n \sigma_i - 1) \quad (12)$$

式中： γ 为常数因子。 $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ 为未知量，对未知量求导，并且令

$$\left[\frac{\partial LL}{\partial \sigma_1}, \frac{\partial LL}{\partial \sigma_2}, \dots, \frac{\partial LL}{\partial \sigma_n} \right]^T = 0 \quad (13)$$

通过求解上述方程组，得到多组未知量的解，但只有一组解满足要求，能够使定位点的总体不确定度最小。

假设满足要求的权值向量为 $\sigma = [\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n]$ ，将该向量引入目标函数，将目标函数优化为

$$F = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n [|\sigma_i d_i^2 - \sigma_j d_j^2|^2 + \sigma_i d_{ii}^2] \quad (14)$$

圆拟合的基本原则为：不共线的 3 个点可以拟合一个圆。即当转台运动 3 个位置时可以得到一个空间圆方程。转台继续增加运动位置。假设共运动了 N 个位置，由式(4)和(6)可知，共可以建立 $(\frac{N(N-1)}{2} + N)$ 个方程。目标函数 F 共包含有 $A, B, C, D, x_0, y_0, z_0$ 7 个未知参数，当方程数大于未知数时，数据存在冗余，可以利用相关最小二乘法，得到参数的最优解^[8]。

1.4 轴向误差的消除

由于转台运动的轴向跳动及测量仪器的测量误差均会带来转台轴向的角度变化，如果直接计算初始定位点和当前定位点与圆心连线的角度，得到的是包含轴向角度变化的空间角度值，不能真正反映转台的转动值。因此，需要消除轴向角度。

首先，测量时一般默认坐标系为测量仪器坐标系，需要将坐标系变换到到空间圆上。

坐标系做如下转换：拟合空间圆的圆心为坐标系原点；空间圆所在平面的法向量方向为 Z 轴，转台初始状态下圆心指向目标点的方向为 X 轴，如图 3 所示。

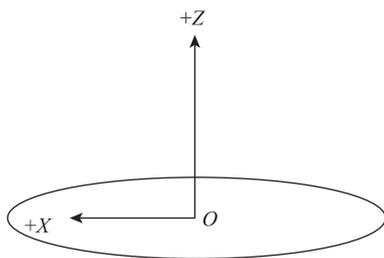


图 3 坐标系示意图

坐标系转换公式如下

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} + \mathbf{R} \times \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (15)$$

式中： $[X, Y, Z]^T$ 为原始坐标系下目标点坐标值；

$[X', Y', Z']^T$ 为新坐标系下目标点坐标值； $[\Delta X, \Delta Y, \Delta Z]^T$ 为平移参数； \mathbf{R} 为旋转参数，由三个方向轴旋转矩阵组成。 \mathbf{R} 可表示为

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_X \mathbf{R}_Y \mathbf{R}_Z = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \quad (16)$$

设转台绕 X 轴的旋转角度为 α ，绕 Y 轴的旋转角度为 β ，绕 Z 轴的旋转角度为 γ 。于是有

$$\begin{cases} a_1 = \cos\beta\cos\gamma \\ a_2 = \cos\beta\sin\gamma \\ a_3 = -\sin\beta \\ b_1 = \sin\alpha\sin\beta\cos\gamma - \cos\alpha\sin\gamma \\ b_2 = \sin\alpha\sin\beta\sin\gamma + \cos\alpha\cos\gamma \\ b_3 = \sin\alpha\cos\beta \\ c_1 = \cos\alpha\sin\beta\cos\gamma + \sin\alpha\sin\gamma \\ c_2 = \cos\alpha\sin\beta\sin\gamma - \sin\alpha\cos\gamma \\ c_3 = \cos\alpha\cos\beta \end{cases} \quad (17)$$

通过代入原始坐标系与新坐标系下圆心坐标值、初始目标点的坐标值以及平面法向量，求解得到平移参数 $[\Delta X, \Delta Y, \Delta Z]^T$ 和旋转参数 \mathbf{R} ，实现坐标系的转换^[9]。

将笛卡尔坐标系变换为球坐标系，从而分离轴向角度变化值。转换公式为

$$\begin{cases} \varphi = 2\pi - \arctan(y/x) \\ \theta = \pi/2 - \arctan(z/\sqrt{x^2 + y^2}) \\ r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \end{cases} \quad (18)$$

式中： r 为半径值； φ 为水平角； θ 为垂直角。

φ 即为转台沿台面转过的角度值； θ 即为转台由于轴向误差引起的角度变化量。

2 优化方案

通过第 1 部分的分析可以得出，角度标定精度的高低与空间圆拟合的好坏以及测量精度有直接关系。下面逐一进行分析。

2.1 提高空间圆拟合精度

通过 1.2 节分析可知，转台运动 3 个位置即可得到空间圆方程，当转台运动位置增加时，冗余数据增加，通过最小二乘法可以提高拟合精度。

运用 MATLAB 进行仿真实验，在半径为 100 mm 的圆的圆周上分别提取不同数量的坐标点，给这些点添加满足正态分布的随机变量，模拟测量误差。再分

别进行拟合, 得到结果如图 4 所示。

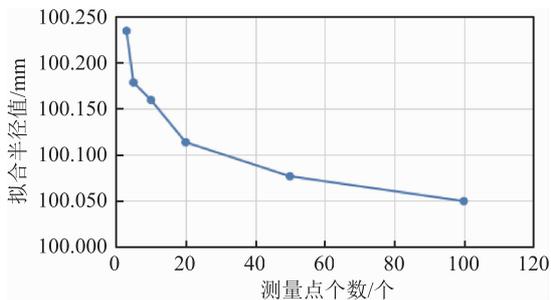


图 4 不同数量测量点仿真拟合结果

同时, 转台测量点位置的分布方式也对拟合精度有影响。当测量点位置分布在整个圆周时, 对拟合圆的约束最强, 当测量点位置只分布在圆周的某一部分时, 对拟合圆的约束较低, 容易造成拟合圆不准确, 如图 5 所示。

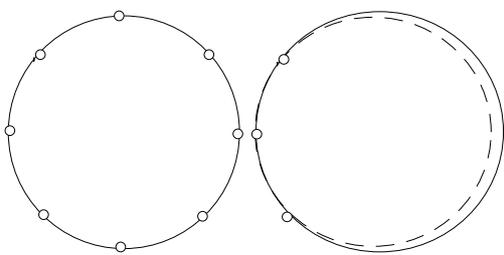


图 5 测量点分布拟合圆示意图

运用 MATLAB 进行仿真实验, 在半径为 100 mm 的圆的整个圆周和部分圆周上分别提取坐标点, 给这些点添加满足正态分布的随机变量, 模拟测量误差。再分别进行拟合, 得到结果如图 6 所示。

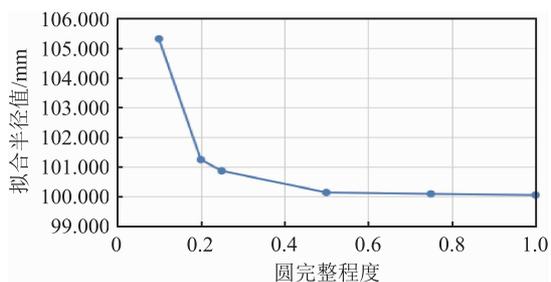


图 6 不同分布测量点仿真拟合结果

由图 6 可知, 转台测量点的位置应尽量分布在圆周上, 同时增加转台测量点的数量, 可以有效提高空间圆拟合的准确性。

2.2 提高测量精度

空间圆是基于坐标值拟合的, 因此坐标测量精度

越高, 得到圆的拟合准确性就越高。

目前常见的坐标测量设备有桥式三坐标测量机、激光跟踪仪和关节臂测量机等^[8]。桥式三坐标测量机测量不确定度最小, 可以达到 $U = 0.6 \mu\text{m} (k = 2)$, 但是受制于测量范围和测量方式, 不适用于转台测量。

激光跟踪仪测量不确定度可以达到 $U = (0.015 + 0.006 L) \text{mm} (k = 2)$, 其中 L 单位为 m。测量范围最远可以达到 80 m, 设备体积小, 便携性好, 应用场景多。综合整个测量过程和测量不确定度来看, 激光跟踪仪是目前转台测量最合适的测量设备^[9]。激光跟踪仪如图 7 所示。



图 7 激光跟踪仪

激光跟踪仪通过测距和测角得到距离值、水平角度值以及俯仰角度值, 进而得到球坐标系下的坐标值。测量时会转换为笛卡尔坐标值。

设激光跟踪仪对空间某点 Q 的水平度盘读数、垂直度盘读数和斜距测量值分别为 (α, β, L) 。通过式 (19) 可得到被测点 Q 的三维坐标值

$$\begin{cases} x = L \sin \beta \cos \alpha \\ y = L \sin \beta \sin \alpha \\ z = L \cos \beta \end{cases} \quad (19)$$

在测量误差相同的情况下, 旋转半径越大, 对应的角度值越小。如图 8 所示。

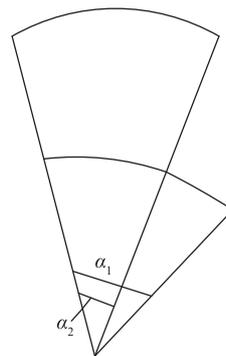


图 8 测量半径示意图

以 360 齿多齿分度台为例, 分度台半径约为 100 mm, 通过增加加长杆将半径增加到约 200 mm 及 500

mm。分别在台面和加长杆上布置定位点。令多齿分度台旋转一周，每隔 60°用相同测量设备进行测量。拟合与坐标系转换后得到的结果如图 9 所示。

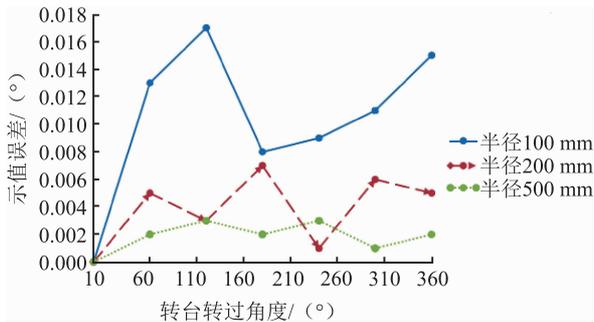


图 9 不同旋转半径测量示值误差

可以看到，随着旋转半径的增加，角度误差明显减小。因此，在标定实验中，应保证测量点尽可能分布在整个圆周上，同时测量点数量尽可能多，旋转半径尽可能大。

3 实验

3.1 一维转台标定比对实验

为验证上述方法的可行性，对某实验室一维水平转台的转角精度进行标定，分别采用平行光管加 12 面棱体和激光跟踪仪的方法。激光跟踪仪的型号为 AT960 - MR。

将 12 面体棱镜通过连接机构固定在转台的轴心上，并调整使之与转台同轴。将跟踪仪 1.5" 的角隅反射镜分别固定在转台台面和延长杆上，如图 10 所示。

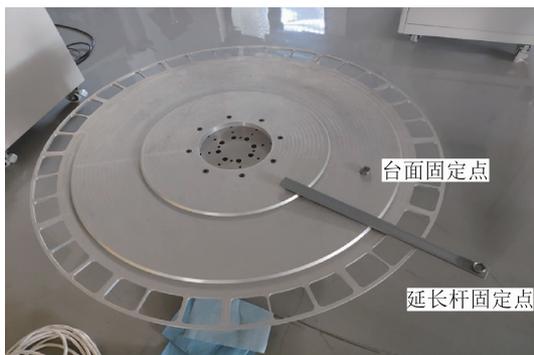


图 10 一维转台定位点示意图

在转台初始 0°处，调整棱镜使其与平行光管准直，并进行平行光管测量；激光跟踪仪对定位点重复测量 10 次，采样时间设置为 2 s；让转台顺时针运动，每到棱镜面与光管接近准直处附近停下，调整直到准直完

成；分别使用平行光管和激光跟踪仪进行测量。转台旋转一周，数据测量处理方法同第二部分。得到的结果如表 1 所示。

表 1 一维转台标定结果

定位点	12 面棱体测量值 / (°) (A ₁)	激光跟踪仪测量值 / (°)		示值误差 / (°)	
		台面边缘处 (B ₁)	加长杆处 (B ₂)	A ₁ -B ₁	A ₁ -B ₂
P ₁	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
P ₂	30.0023	30.0065	30.0032	-0.0042	-0.0009
P ₃	60.0046	60.0097	60.0055	-0.0051	-0.0009
P ₄	90.0056	90.0132	90.0068	-0.0076	-0.0012
P ₅	120.0078	120.0159	120.0073	-0.0081	0.0005
P ₆	150.0097	150.0189	150.0101	-0.0092	-0.0004
P ₇	180.0102	180.0231	180.0099	-0.0129	0.0003
P ₈	210.0123	210.0267	210.0134	-0.0144	-0.0011
P ₉	240.0159	240.0301	240.0178	-0.0142	-0.0019
P ₁₀	270.0178	270.0356	270.0188	-0.0178	-0.0010
P ₁₁	300.0199	300.0395	300.0197	-0.0196	0.0002
P ₁₂	330.0212	330.0432	330.0223	-0.0220	-0.0011
P ₁₃	360.0223	360.0476	360.0245	-0.0253	-0.0022

根据结果可知，采用坐标测量方法对转台定位精度进行标定是可行的。通过延长旋转半径可以有效提高标定精度，使之与平行光管加多面棱体的标定方法精度接近。

3.2 三维转台标定实验

对某三维转台进行标定，如图 11 所示。该转台三个轴的轴心均为虚拟轴心，且俯仰轴和自旋轴为异形轴，平行光管加多面棱体无法安置，无法测量。而使用坐标测量的方法则操作简单，快速准确。

将 1.5" 的角隅反射镜分别固定在水平轴、俯仰轴、自旋轴相应台面上。令三个轴分别进行转动，每 30°停下，激光跟踪仪对定位点重复测量 10 次，采样时间设置为 2 s，数据处理方法同第二部分。得到结果如表 2 所示。

可以看到，坐标测量的方法准确且高效，可广泛应用于各类转台的定位精度标定。

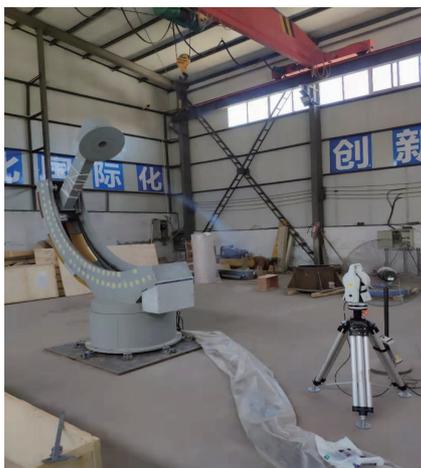


图 11 某三维转台示意图

表 2 三维转台标定结果

定位点	水平轴 角度值/(°)	俯仰轴 角度值/(°)	自旋轴 角度值/(°)
P_1	0.0000	0.0000	0.0000
P_2	60.0026	60.0096	60.0067
P_3	120.0056	120.0189	120.0123
P_4	180.0082	180.0267	180.0201
P_5	240.0102	240.0367	240.0264
P_6	300.0132	300.0456	300.0325
P_7	360.0154	360.0587	360.0376

4 结论

本文研究了一种基于坐标值的转台定位精度标定方法,通过坐标测量设备对布置的定位点进行测量,之后进行空间圆拟合,权值优化,消除轴向误差,最终得到转台角度值;分析了影响标定精度的因素,提出了提高标定精度的措施。本文方法与传统标定方法相比,具有操作简单、效率高等优点,可对多轴转台、异形转台进行标定,应用范围广;通过设置延长杆增加转台的旋转半径,可以使标定精度与平行光管加多面棱体方法的精度接近;通过实验验证了本文方法的可行性与准确性,因此,基于三维坐标值的转台定位精度标定方法值得推广使用。

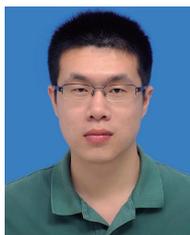
参考文献

- [1] 姜登明,魏亮,姚腾蛟,等.高精度转台装配误差分析和补偿[J].导航与控制,2015,14(3):108-111.
- [2] 王鑫,闫杰,冯冬竹,等.高速飞行器转台测试设备研制关键技术[J].计算机测量与控制,2011,19(2):354-355,358.
- [3] 崔家武,周波阳,李锦城,等.利用平行光管检验校正台校正全站仪的竖盘指标差及2C值[J].广东工业大学学报,2017,34(6):78-82.
- [4] 裘祖荣,陈清清,李敬杰,等.正多面棱体和多齿分度台角分度误差的互检[J].光电工程,2009,36(10):90-93,99.
- [5] 周富强,张广军,江洁,等.空间圆几何参数的非接触高精度测量方法[J].仪器仪表学报,2004,25(5):604-607.
- [6] 樊娟娟,潘振东.大学物理实验中A类不确定度的五种处理方法[J].大学物理实验,2016,29(2):100-105.
- [7] 陈晓怀,薄晓静,王宏涛,等.基于蒙特卡罗方法的测量不确定度合成[J].仪器仪表学报,2005,26(8):1639-1641.
- [8] 刘志刚,鲍加贞,汤时虎,等.基于VC的最小二乘拟合圆在LAMOST中的应用[J].现代制造工程,2008(1):94-96.
- [9] 潘国富,鲍志雄,金永新,等.7参数模型完整公式及简化公式的适用性研究[J].导航定位学报,2013,1(2):34-37.
- [10] 马骊群,王立鼎,靳书元,等.工业大尺寸测量仪器的溯源现状及发展趋势[J].计测技术,2006,26(6):1-5.
- [11] 任永杰,郝继贵,杨学友,等.利用激光跟踪仪对机器人进行标定的方法[J].机械工程学报,2007,43(9):195-200.

收稿日期:2020-01-14;修回日期:2020-02-18

基金项目:国家重大科学仪器设备开发专项(2017YFF0106408)

作者简介



李洋(1987-),男,河北石家庄人,工程师,硕士。主要从事几何量大尺寸测量与校准技术研究。发表论文3篇,获省部级科学技术三等奖1项。