

doi: 10.11823/j.issn.1674-5795.2019.03.06

# 分立标定中捷联惯导标定参数间的关联性影响

赵雪米<sup>1</sup>, 张蕾<sup>1</sup>, 李四海<sup>2</sup>

(1. 航空工业成都飞机工业(集团)有限责任公司, 四川 成都 610000; 2. 西北工业大学, 陕西 西安 710000)

**摘要:** 光学捷联惯导误差随时间积累, 分立式标定作为一种误差补偿技术, 是提高惯导精度的必要手段。惯导标定参数主要有标度因数、安装偏角、零偏, 文章在阐述 IMU 标定原理的基础上, 推导了标定过程中参数误差的传播途径, 理论分析了标定参数之间的关联性影响, 得到以下结果: 零偏重复性误差对标度因数和安装偏角的标定无影响; 标度因数非线性和重复性误差对安装偏角和零偏的标定无影响; 零偏稳定性误差对标度因数和安装偏角的标定有影响; 陀螺的角度随机游走对陀螺三个标定参数均有影响; 加速度计的随机噪声对加速度计的三个标定参数均有影响; 陀螺的标度因数不对称性对陀螺的安装偏角和零偏的标定有影响; 安装偏角重复性误差对陀螺的零偏标定有影响而对标度因数标度无影响, 对加速度计的标度因数和零偏的标定无影响。结论对于惯导系统性能评估、误差分配和器件设备选型具有重要意义。

**关键词:** 分立式标定; 建模; 参数耦合; 误差分析**中图分类号:** TB9; U666.1**文献标识码:** A**文章编号:** 1674-5795(2019)03-0034-07

## Coupling Effects of SINS Calibration Parameters in Discrete Calibration

ZHAO Xuemi<sup>1</sup>, ZHANG Lei<sup>1</sup>, LI Sihai<sup>2</sup>

(1. AVIC Chengdu Aircraft Industrial(Group)CO., LTD., Chengdu 610000, China;

2. Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710000, China)

**Abstract:** Optical SINS error accumulates over time. As an error compensation technique, discrete calibration is a necessary means to improve the navigation accuracy. SINS calibration parameters mainly include the scale factor, installation angle and zero bias, therefore, the article describes the IMU calibration principle, derives the transmission path of parameter errors in the calibration process, theoretically analyzes the correlation between the calibration parameters, and gets the following results: The bias repeatability error has no effect on the calibration of the scale factor and the installation angle; The scale factor non linearity and repeatability errors have no effect on the calibration of the installation angle and zero bias; The zero bias stability error has an effect on the calibration of the scale factor as well as the installation angle, the angular random walk has effects on the three calibration parameters of the gyroscope; The random noise has effects on the three calibration parameters of the accelerometer; The asymmetry of the calibration scale factor has effects on the calibration of the installation angle and the bias of gyro; The installation angle repeatability error has an effect on the calibration of bias and has no effect on the calibration of scale factor of gyro, and it has no effect on the scale factor or bias calibration of accelerometer. The conclusions are of great significance for the INS performance evaluation, error allocation and device selection.

**Key words:** discrete calibration; modeling; parameters coupling; error analysis

## 0 引言

惯性导航系统是现代武器装备的重要组成部分, 惯性测量组合(IMU)作为惯导系统的核心部件, 在军事领域与民用产品中都有广泛应用。而惯性器件(陀螺、加速度计)的标定是惯性器件使用的前提, 一定意义上讲惯性器件的精度直接决定了系统的导航准确度。影响惯性器件标定准确度的因素主要有三方面: 外部环境的不确定性和测试设备的不精确性、标定方法、IMU 内部自身误差。外部环境的不确定性比如环境温度的变化, 会影响惯性器件的参数, 文献[1, 2]分别

建立了惯性器件参数的温变模型, 文献[3, 4]分析了测试设备转台误差对惯性器件标度准确度的影响。标定惯性器件的方法有很多<sup>[5]</sup>, 一般是通过对标定方法的改进来降低对设备的要求<sup>[6-8]</sup>, 以提高标定准确度, 如, 地球自转角速率是陀螺标定中的干扰项, 通过陀螺速率正反转试验可以减小其影响, 提高标定准确度。关于惯性器件自身内部因素(标度因数误差、安装偏角误差及零偏误差)对标定准确度的影响讨论很少。本文通过分析 IMU 内部因素对标定准确度的影响, 对 IMU 标定提供更深刻的认识, 对于导航系统性能评估、误差分配和器件设备选型具有重要的意义。

主要分析 IMU 内部因素对标定准确度的影响,在阐述光学捷联惯导标定原理的基础上,对标定参数的关联性进行理论推导,即标定过程中标度因数误差、安装偏角误差及零偏误差之间的影响,具体有标度因数不对称性与非线性、重复性误差,安装偏角的重复性误差,零偏的重复性和稳定性误差等对标定精度的影响,并通过仿真进行验证。

## 1 IMU 标定

### 1.1 IMU 参数标定模型

IMU 是惯性器件的组合,IMU 标定是通过惯性器件的输出与输入,确定一组参数使 IMU 输出与输入相吻合的过程<sup>[5]</sup>。IMU 参数包括静态参数项、动态参数项、时变参数项、温变参数项和随机参数项。通常,建立的参数模型越复杂,惯性器件的输出、输入描述就越精确。标定中需根据实际要求,做出精确性与复杂性间的平衡<sup>[9]</sup>。本文主要考虑常用的惯性参数包括标度因数、零偏、安装误差项,依照这几项建立简化的标定参数模型。

记  $b$  系为载体坐标系,  $g$  系为陀螺敏感轴系,陀螺的静态模型为

$$N^g = K^g [(I + \Delta T^g) \omega_{ib}^b + \epsilon^g] \quad (1)$$

式中:  $N^g = [N_x^g, N_y^g, N_z^g]^T$  为陀螺的脉冲输出;  $K^g$  为各陀

螺标度因数;  $\Delta T^g = \begin{bmatrix} 0 & \delta xz & -\delta xy \\ -\delta yz & 0 & \delta yx \\ \delta zy & -\delta zx & 0 \end{bmatrix}$  为陀螺安装偏角

矩阵;  $\epsilon^g$  为陀螺的零偏;  $\omega_{ib}^b$  为输入角速度在  $b$  系的表示。

与陀螺类似,加速度计敏感轴系为  $a$  系,加速度计的静态模型可写成

$$N^a = K^a [(I + \Delta T^a) f_{ib}^b + \nabla^a] \quad (2)$$

式中:  $N^a$  为加速度计脉冲输出;  $K^a$  为加速度计标度因数;  $\nabla^a$  为加速度计零偏;  $\Delta T^a$  为加速度计安装偏角矩阵;  $f_{ib}^b$  为比力在  $b$  系表示。

### 1.2 IMU 参数标定原理

借助于高精度三轴转台,为 IMU 提供精确的角速度与比力输入,分别比较陀螺、加速度计的脉冲输出和角速度、比力输入,来估计各标定参数。转台零位时,内框、中框、外框分别指向东、北、天,IMU 安装在内框,IMU 载体系的  $x, y, z$  轴与转台内、中、外框平行。

#### 1.2.1 陀螺标度因数与安装偏角标定

在转台零位置,分别绕  $z, x, y$  轴正、反转  $n$  周,时间为  $t$ ,不考虑转台误差,对脉冲输出进行积分并相

减得标度因数与安装偏角的标定公式为

$$\begin{aligned} K_x^g &= \frac{\Delta N_{x2}^g}{4n\pi}, K_y^g = \frac{\Delta N_{y3}^g}{4n\pi}, K_z^g = \frac{\Delta N_{z1}^g}{4n\pi} \\ \delta_{xy} &= -\frac{\Delta N_{x1}^g}{\Delta N_{x2}^g}, \delta_{xz} = \frac{\Delta N_{x3}^g}{\Delta N_{x2}^g}, \delta_{zy} = \frac{\Delta N_{z2}^g}{\Delta N_{z1}^g} \\ \delta_{yx} &= -\frac{\Delta N_{y1}^g}{\Delta N_{y3}^g}, \delta_{yz} = -\frac{\Delta N_{y2}^g}{\Delta N_{y3}^g}, \delta_{zx} = -\frac{\Delta N_{z3}^g}{\Delta N_{z1}^g} \end{aligned} \quad (3)$$

式中:  $\Delta N_{ij}^g$  ( $i = x, y, z, j = 1, 2, 3$ ) 为第  $j$  次转动的  $i$  轴正反脉冲积分之差。

#### 1.2.2 陀螺零偏标定

陀螺零偏标定采用四位置法,即静止状态下 SIMU 的方位角  $a = 0^\circ$ ,转台绕主轴再转动 3 个位置,方位角分别为  $a = 180^\circ, a = 270^\circ, a = 450^\circ$ , $\varphi$  为地理纬度。则地球自转角速度  $\omega_{ie}$  在 SIMU 坐标轴上的投影为

$$\omega_a^b = \begin{bmatrix} \cos a & \sin a & 0 \\ -\sin a & \cos a & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_{ie} \cos \varphi \\ \omega_{ie} \sin \varphi \end{bmatrix} = \omega_{ie} \begin{bmatrix} \cos \varphi \sin a \\ \cos \varphi \cos a \\ \sin \varphi \end{bmatrix}$$

根据式(1),  $N_0^g, N_{180}^g, N_{270}^g, N_{450}^g$  为求得的 4 个位置平均每秒的脉冲输出真值,  $K^g, \Delta T^g$  为标定公式算出的值,将  $\omega_a^b$  代入 4 式相加即可求出零偏为

$$\epsilon = (I + (\Delta T^g)^T) \frac{1}{4K^g} (N_0^g + N_{180}^g + N_{270}^g + N_{450}^g) - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{ie} \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (4)$$

#### 1.2.3 加速度计标定

加速度计的参数标定采用 12 位置静态测试法,以地球重力加速度作为输入激励,即将载体系  $b$  的  $x, y, z$  轴分别朝天向和地向各一次,在每个朝向基础上绕竖直框轴转动  $180^\circ$ ,转动前后均进行静止位置上的加速度计采数。根据上述编排联立可推出公式为

$$\begin{aligned} \delta_{yz} &= -\frac{N_x^a(3) - N_x^a(4)}{2g \cdot K_y^a}, \delta_{yx} = \frac{N_y(1) - N_y(2)}{2g \cdot K_y^a}, \\ \delta_{zy} &= \frac{N_z(3) - N_z(4)}{2g \cdot K_z^a} \\ \delta_{zx} &= -\frac{N_z(5) - N_z(6)}{2g \cdot K_z^a}, \delta_{xy} = -\frac{N_x(1) - N_x(2)}{2g \cdot K_x^a}, \\ \delta_{xy} &= \frac{N_x(5) - N_x(6)}{2g \cdot K_x^a} \\ \nabla_{x0} &= \frac{N_x(3) + N_x(4)}{2K_x^a}, \nabla_{y0} = \frac{N_y(5) + N_y(6)}{2K_y^a}, \\ \nabla_{z0} &= \frac{N_z(1) + N_z(2)}{2K_z^a} \end{aligned}$$

$$K_x^a = \frac{N_x^a(3) - N_x^a(4)}{2g}, K_y^a = \frac{N_y^a(5) - N_y^a(6)}{2g},$$

$$K_z^a = \frac{N_z^a(1) - N_z^a(2)}{2g} \quad (5)$$

式中:  $N_i(j)$  ( $i = x, y, z, j = 1, 2, \dots, 6$ ) 为第  $j$  位置  $i$  轴的平均每秒的脉冲数。

## 2 标定参数间的关联影响

### 2.1 陀螺标定参数之间的影响

由以上标定原理, 主要分析标度因数、安装偏角、零偏之间的关联性影响, 可用控制单一变量的方法, 分以下情况讨论。

#### 2.1.1 零偏误差对标度因数与安装偏角标定的影响

以绕  $Z$  轴为例, 正、反转脉冲和分别为

$$\sum N_z^{g+}/K_z^{g+} = 2n\pi + \int_0^t \omega_{iez}^b dt + \int_0^t \delta_{zy} \omega_{iey}^b dt - \int_0^t \delta_{zx} \omega_{iey}^b dt + \varepsilon_{z1} t$$

$$\sum N_z^{g-}/K_z^{g-} = -2n\pi + \int_0^t \omega_{iez}^b dt + \int_0^t \delta_{zy} \omega_{iey}^b dt - \int_0^t \delta_{zx} \omega_{iey}^b dt + \varepsilon_{z2} t$$

式中:  $\varepsilon_{z1}, \varepsilon_{z2}$  分别为  $z$  轴正、反转单位时间零偏;  $K_z^{g+}, K_z^{g-}$  分别为陀螺正、反转标度因数。

上式正反转积分做差得

$$\Delta N_{z1}^g = K_z^{g+}(2n\pi + \varepsilon_{z1} t) - K_z^{g-}(-2n\pi + \varepsilon_{z1} t)$$

$$\Delta N_{x1}^g = K_x^{g+}(-2n\pi \delta_{xy} + \varepsilon_{x1} t) - K_x^{g-}(2n\pi \delta_{xy} + \varepsilon_{x1} t)$$

$$\Delta N_{x2}^g = K_x^{g+}(2n\pi + \varepsilon_{x2} t) - K_x^{g-}(-2n\pi + \varepsilon_{x2} t) \quad (6)$$

1) 分析当只有零偏误差时, 对其他标定参数的影响。

①将式(6)代入式(3)中的  $K_z^g = \frac{\Delta N_{z1}^g}{4n\pi}$ , 则标度因数测定值与相对误差分别为

$$\widetilde{K}_z^g = K_z^g \left(1 + \frac{\Delta \varepsilon_{z1}}{4n\pi}\right)$$

$$\Delta K_z^g = \frac{\Delta \varepsilon_{z1}}{4n\pi} \quad (7)$$

式中:  $\Delta \varepsilon_{z1}$  为  $Z$  轴正、反转零偏积分之差;  $K_z^g$  为假定的标度因数真值;  $\widetilde{K}_z^g$  为标度因数测定值。可知标度因数相对误差与对应轴正、反转零偏积分之差成正比, 比例因数为  $\frac{1}{4n\pi}$ 。

②将式(6)代入式(3)中的  $\delta_{xy} = -\frac{\Delta N_{x1}^g}{\Delta N_{x2}^g}$ , 则安装偏角测定值

$$\widetilde{\delta}_{xy} = \frac{4\pi n \delta_{xy} - \Delta \varepsilon_{x1}}{4\pi n + \Delta \varepsilon_{x2}} \quad (8)$$

式中:  $\Delta \varepsilon_{x1}, \Delta \varepsilon_{x2}$  为  $x$  轴正、反转零偏积分之差, 可知安装偏角测定值与零偏积分之差相关。

③对式(1)积分得

$$\sum N^g = K^g [(I + \Delta T^g) \sum \omega_{ib}^b + \sum \varepsilon^g]$$

代入式(4)得零偏测定值为

$$\bar{\varepsilon}^b = \frac{1}{4} (I + (\Delta T^g)^T) \sum \varepsilon^g \quad (9)$$

可知零偏的变化与安装偏角的变化都对零偏的标定有影响。

2) 下面具体分析零偏的重复性误差和稳定性误差、角度随机游走对标度因数与安装偏角标定的影响。

①当只有零偏重复性误差时, 可用随机常值模型表示, 其在一次启动过程中大小保持不变, 则  $\Delta \varepsilon_i = 0$ , ( $i = x, y, z$ ) 代入式(8)和式(9)得

$$\widetilde{K}_z^g = K_z^g \left(1 + \frac{\Delta \varepsilon_{z1}}{4n\pi}\right) = K_z^g$$

$$\widetilde{\delta}_{xy} = \frac{4\pi n \delta_{xy} - \Delta \varepsilon_{x1}}{4\pi n + \Delta \varepsilon_{x2}} = \delta_{xy} \quad (10)$$

可知, 零偏重复性误差对标度因数与安装偏角的标定并无影响。

②当只有零偏稳定性误差时, 可用一阶马尔科夫过程表示, 在一次启动过程中逐渐变化, 则  $\Delta \varepsilon_i \neq 0$ , ( $i = x, y, z$ ), 由式(7)可知, 标度因数相对误差  $\Delta K_z^g$  与  $\Delta \varepsilon_{z1}$  成正比; 由式(8)可知, 安装偏角测定值  $\widetilde{\delta}_{xy}$  与  $\Delta \varepsilon_x$  相关, 所以零偏稳定性误差对标度因数与安装偏角的标定都有影响。

③当只有角度随机游走时, 一次实验过程中等效零偏在逐渐变化, 推导同②, 角度随机游走对标度因数与安装偏角的标定都有影响。

#### 2.1.2 标度因数误差对零偏与安装偏角的影响

1) 当只有标度因数误差时, 分析标度因数误差对零偏与安装偏角标定的影响, 同理以绕  $z$  轴正反转为例。

①将式(6)代入式(3)中的  $K_z^g = \frac{\Delta N_{z1}^g}{4n\pi}$ , 则标度因数测定值为

$$\widetilde{K}_z^g = \frac{1}{2} (K_z^{g+} + K_z^{g-}) + \frac{\varepsilon_z t}{4n\pi} (K_z^{g+} - K_z^{g-}) \quad (11)$$

②将式(6)代入式(3)中的  $\delta_{xy} = -\frac{\Delta N_{x1}^g}{\Delta N_{x2}^g}$ , 则安装偏角测定值为

$$\widetilde{\delta}_{xy} = \frac{2\pi n \delta_{xy} (K_x^{g+} + K_x^{g-}) - (K_x^{g+} - K_x^{g-}) \cdot \varepsilon_x t}{2\pi n (K_x^{g+} + K_x^{g-}) + (K_x^{g+} - K_x^{g-}) \cdot \varepsilon_x t} \quad (12)$$

③零偏测定值为

$$\widetilde{\varepsilon}^b = \frac{1}{4} (\mathbf{I} + (\Delta \mathbf{T}^g)^T) \sum \varepsilon^g \quad (13)$$

以上得到了只有标度因数误差时, 标定参数的数学公式。

2) 下面具体分析标度因数非线性、不对称性和重复性误差对安装偏角与零偏标定的影响。

①当只有标度因数非线性误差时, 则标度因数表示为

$$K_1^g = K^g + K^g \cdot \alpha \quad (14)$$

式中:  $K^g$  为标度因数真值;  $\alpha$  为非线性偏差, 为固定常值, 可知在陀螺一次标定过程中, 标度因数为常值, 将其代入式(11)~(13), 标度因数大小不变, 安装偏角和零偏也没变, 所以标度因数非线性对标度因数与安装偏角的标定无影响, 对零偏也无影响。

②当有标度因数不对称性时,  $K_\alpha$  为不对称度,  $\bar{K}$  为正、反的平均值, 则

$$K_\alpha = \frac{K_{(+)} - K_{(-)}}{\bar{K}}, \quad \bar{K} = \frac{K_{(+)} + K_{(-)}}{2} \quad (15)$$

式中:  $K_{(+)}$ ,  $K_{(-)}$  为正、反向输入角速度范围内陀螺仪的标度因数。

联立以上两式可得标度因数为

$$\begin{aligned} K_{(+)} &= \bar{K} + \frac{1}{2} K_\alpha \cdot \bar{K} \\ K_{(-)} &= \bar{K} - \frac{1}{2} K_\alpha \cdot \bar{K} \end{aligned} \quad (16)$$

将式(16)代入公式(11)得标度因数测定值与相对误差为

$$\widetilde{K}_z^g = \frac{1}{2} (K_z^{g+} + K_z^{g-}) + \frac{\varepsilon_z t}{4n\pi} (K_z^{g+} - K_z^{g-}) = \bar{K} + \frac{\varepsilon_z t}{4n\pi} K_\alpha \bar{K}$$

$$\Delta K_z^g = \frac{\widetilde{K}_z^g - \bar{K}}{\bar{K}} = \frac{\varepsilon_z t}{4n\pi} K_\alpha \quad (17)$$

可知, 标度因数相对误差与正负不对称度  $K_\alpha$  成正比。将式(16)代入式(12)得安装偏角

$$\begin{aligned} \widetilde{\delta}_{xy} &= \frac{2\pi n \delta_{xy} (K_x^{g+} + K_x^{g-}) - (K_x^{g+} - K_x^{g-}) \cdot \varepsilon_x t}{2\pi n (K_x^{g+} + K_x^{g-}) + (K_x^{g+} - K_x^{g-}) \cdot \varepsilon_x t} \\ &= -1 + \frac{4\pi n \delta_{xy} + 4\pi n}{4\pi n + K_\alpha \cdot \varepsilon_x t} \end{aligned}$$

可知, 安装偏角的标定值与正负不对称度  $K_\alpha$  反相关。将式(16)代入式(13)得陀螺零偏为

$$\widetilde{\varepsilon}^b = \frac{1}{4} (\mathbf{I} + (\Delta \mathbf{T}^g)^T) \sum \varepsilon^g \quad (18)$$

可知,  $\widetilde{\varepsilon}^b$  与安装偏角的标定值相关, 而安装偏角与  $K_\alpha$  相关, 所以不对称度  $K_\alpha$  也会影响零偏的标定。

③当只有标度因数重复性误差时, 可用随机常值模型表示, 一次启动过程中保持不变。

$$\begin{aligned} \widetilde{\delta}_{xy} &= \frac{2\pi n \delta_{xy} (K_x^{g+} + K_x^{g-}) - (K_x^{g+} - K_x^{g-}) \cdot \varepsilon_x t}{2\pi n (K_x^{g+} + K_x^{g-}) + (K_x^{g+} - K_x^{g-}) \cdot \varepsilon_x t} = \delta_{xy} \\ \widetilde{\varepsilon}^b &= \frac{1}{4} (\mathbf{I} + (\Delta \mathbf{T}^g)^T) \sum \varepsilon^g = \varepsilon^b \end{aligned} \quad (19)$$

可知标度因数重复性误差对安装偏角与零偏的标定无影响。

### 2.1.3 安装偏角误差对零偏与标度因数的影响

在本文中只考虑安装偏角重复性误差时, 其在一次启动过程中保持不变, 将式(6)代入相应式(3), 得标度因数测定值

$$\widetilde{K}_z^g = K_z^g (1 + \frac{\Delta \varepsilon_{z1}}{4n\pi}) = K_z^g \quad (\Delta \varepsilon_{z1} = 0) \quad (20)$$

零偏测定值

$$\widetilde{\varepsilon}^b = \frac{1}{4} (\mathbf{I} + (\Delta \mathbf{T}^g)^T) \sum \varepsilon^g \quad (21)$$

可知, 安装偏角重复性误差时, 对标度因数的标定无影响; 而对零偏的标定有影响。

## 2.2 加速度计标定参数之间的关联性影响

### 2.2.1 零偏误差对标度因数与安装偏角的影响

同理, 以  $z$  轴为例, 加速度计的脉冲输出模型为

$$\frac{N_z^a}{K_z^a} = f_z + \delta_{zy} f_x - \delta_{zx} f_y + \nabla_{z0} \quad (22)$$

由(5)式有  $Z$  轴的零偏、标度因数、安装偏角为

$$\begin{aligned} \nabla_{z0} &= \frac{N_z^a(1) + N_z^a(2)}{2K_z^a} \\ K_z^a &= \frac{N_z^a(1) - N_z^a(2)}{2g} \\ \delta_{zy} &= \frac{N_z^a(3) - N_z^a(4)}{2g \cdot K_z^a} \end{aligned} \quad (23)$$

在一次实验过程中零偏发生变化,  $\Delta Z_0$  为相邻两位置零偏之差, 联立式(22), (23)得

标度因数测量值

$$\begin{aligned} \widetilde{K}_z^a &= \frac{N_z^a(1) - N_z^a(2)}{2g} \\ &= \frac{(\Delta Z_0 + 2g) K_z^a}{2g} \\ &= K_z^a + \frac{\Delta Z_0}{2g} K_z^a \end{aligned} \quad (24)$$

安装偏角测量值

$$\widetilde{\delta}_{zy} = \frac{N_z^a(3) - N_z^a(4)}{2g \cdot K_z^a} = \frac{2g \delta_{zy} + \Delta Z_0}{2g} = \delta_{zy} + \frac{\Delta Z_0}{2g} \quad (25)$$

可知, 相邻两位置零偏的变化  $\Delta Z_0$  引起标度因数标定相对误差为  $\frac{\Delta Z_0}{2g}$ ; 引起安装偏角的标定误差为  $\frac{\Delta Z_0}{2g}$ 。

下面具体分析零偏重复性误差、稳定性误差和随机漂移对其它标定参数的影响。

①当只有零偏重复性误差时, 用随机常值模型表示, 在一次启动过程中保持不变,  $\Delta Z_0 = 0$ , 分别带入式(24), (25)得

$$\widetilde{K}_z^a = K_z^a + \frac{\Delta Z_0}{2g} K_z^a = K_z^a \quad (26)$$

$$\widetilde{\delta}_{zy} = \delta_{zy} + \frac{\Delta Z_0}{2g} = \delta_{zy} \quad (27)$$

可知, 零偏重复性误差对标度因数与安装偏角的标定无影响。

②当只有零偏稳定性误差时, 可用一阶马尔科夫过程表示, 在一次启动过程中逐渐变化,  $\Delta Z_0 \neq 0$ , 由公式(24), (25)知, 零偏稳定性误差对标度因数与安装偏角的标定都有影响, 引起的误差为  $\frac{\Delta Z_0}{2g}$ 。

③当只有随机漂移时, 用白噪声表示, 等效于  $\Delta Z_0 \neq 0$ , 由式(24), (25)可知, 对标度因数与安装偏角的标定有影响, 引起的误差为  $\frac{\Delta Z_0}{2g}$ ; 而对于零偏则

$$\widetilde{\nabla}_{z0} = \frac{N_z^a(1) + N_z^a(2)}{2K_z^a} = \frac{K_z^a \nabla_{z01} + K_z^a \nabla_{z02}}{2K_z^a} = \overline{\nabla}_{z0} \quad (28)$$

式中:  $\overline{\nabla}_{z0} = \frac{\nabla_{z01} + \nabla_{z02}}{2}$ , 对零偏标定也有影响。

### 2.2.2 标度因数误差对零偏与安装偏角的影响

主要分析标度因数非线性与重复性误差对零偏与安装偏角标定的影响。

①当只有标度因数非线性误差时, 其在一次启动过程中保持不变,  $\alpha$  表示非线性偏差, 则标度因数表示为

$$K_1^g = K^g + K^g \cdot \alpha \quad (29)$$

式中:  $K^g$  为标度因数真值;  $\alpha$  为固定常值。

可知在一次过程中, 标度因数为常值, 代入式(27),  $\Delta Z_0 = 0$ , 则安装偏角为

$$\widetilde{\delta}_{zy} = \delta_{zy} + \frac{\Delta Z_0}{2g} = \delta_{zy} \quad (30)$$

零偏为

$$\widetilde{\nabla}_{z0} = \frac{N_z^a(1) + N_z^a(2)}{2K_z^a} = \nabla_{z0} \quad (31)$$

可知, 标度因数非线性误差对安装偏角的标定无

影响, 对零偏也无影响。

②当只有标度因数重复性误差时, 可用随机常值模型表示, 一次启动过程中保持不变, 结论同①, 对安装偏角和零偏的标定都无影响。

### 2.2.3 安装偏角误差对零偏与标度因数的影响

只考虑安装偏角重复性误差, 其在一次启动过程中保持不变, 联立式(22), (23)有

$$\widetilde{K}_z^a = \frac{N_z^a(1) - N_z^a(2)}{2g} = K_z^a$$

$$\widetilde{\nabla}_{z0} = \frac{N_z^a(1) + N_z^a(2)}{2K_z^a} = \nabla_{z0}$$

可知, 安装偏角重复性误差对标度因数和零偏的标定均无影响。

## 3 仿真实验

根据标定编排和转台模型输入角速度和比力, 再根据 IMU 测量模型计算得到的陀螺和加速度计的脉冲输出, 利用标定公式计算 IMU 各参数, 与参数仿真真值比较, 计算标定误差, 评价参数标定精度, 分析参数之间的关联性。假设标定当地地理纬度为  $34.2394^\circ$ , 标定陀螺时正反转各一圈, 转速大小为  $20^\circ/\text{s}$ , 进行陀螺 4 位置测试时, 每个位置静态测试 5 min, 进行加速度计 12 位置测试时每个位置静态测试 5 min, 采样频率为 100 Hz。

### 3.1 陀螺仿真结果

1) 假设陀螺标度因数真值是  $1(^{\circ})/(\text{h})$ , 安装偏角真值是  $2''$ , 零偏是  $2.5(^{\circ})/\text{h}$ , 重复进行 25 次仿真实验, 不加任何误差时, 标度因数无误差, 安装误差和零偏的标定误差量级分别为  $1 \times 10^{-14}$  和  $1 \times 10^{-10}$ , 由计算误差造成。加入其他误差时, 结果如表 1。

由表 1 可看出, 当只加入零偏重复性误差时, 标度因数无误差, 安装偏角的误差量级  $1 \times 10^{-14}$ , 为计算误差, 所以零偏重复性误差对标度因数和安装偏角的标定精度无影响; 当只加入零偏稳定性误差  $0.04(^{\circ})/\text{h}$  时, 假设为一阶马尔科夫过程, 相关时间为 300 s, 得到标度因数误差量级为  $0.1 \times 10^{-6}$  内, 安装偏角误差量级为 0.1, 零偏的误差量级为 0.001; 当只加入标度因数重复性误差  $50 \times 10^{-6}$  时, 安装误差和零偏的误差量级分别为  $(1 \times 10^{-14})''$  和  $1 \times 10^{-9} (^{\circ})/\text{h}$ , 此为计算误差, 所以标度因数重复性误差对安装偏角和零偏的标定精度无影响; 只加入角度随机游走  $0.005 (^{\circ})/\sqrt{\text{h}}$  ( $1\sigma$ ) 时, 标度因数标定误差量级为  $1 \times 10^{-9}$ , 安装误差标定误差量级为  $1 \times 10^{-4}$ , 零偏的标定误差量级为  $1 \times 10^{-5}$ ; 当只加入安

装偏角误差  $2''(1\sigma)$  时, 用随机常值模型表示, 得到标度因数无标定误差, 零偏的标定误差量级为  $1 \times 10^{-6}$ , 可见, 安装偏角误差对标度因数标定无影响但对零偏标定精度有影响。

表 1 标定参数相对误差结果

条件	相对误差		
	标度因数	安装偏角	零偏
只加入零偏重复性误差 $0.05 (^\circ)/h$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8.8817 \times 10^{-16} \\ -8.8817 \times 10^{-16} \\ -2.7866 \times 10^{-14} \\ 7.9936 \times 10^{-15} \\ 6.4392 \times 10^{-15} \\ 6.4392 \times 10^{-15} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.00467 \\ 0.00154 \\ 0.00534 \end{bmatrix}$
只加入零偏稳定性误差 $0.04 (^\circ)/h$	$\begin{bmatrix} -1.2262 \times 10^{-7} \\ -2.4947 \times 10^{-7} \\ 9.1776 \times 10^{-7} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.1081 \\ 0.0133 \\ -0.1454 \\ 0.0479 \\ -0.0075 \\ 0.0155 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.00296 \\ -0.00630 \\ -0.00577 \end{bmatrix}$
只加入标度因数重复性误差 $50 \times 10^{-6}$	$\begin{bmatrix} -8.9744 \times 10^{-6} \\ -5.5502 \times 10^{-7} \\ 1.2164 \times 10^{-5} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3.7747 \times 10^{-15} \\ 0 \\ -2.4313 \times 10^{-14} \\ 5.9952 \times 10^{-15} \\ 7.7715 \times 10^{-15} \\ 7.7715 \times 10^{-15} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3.18263 \times 10^{-10} \\ -3.18264 \times 10^{-10} \\ 6.36529 \times 10^{-10} \end{bmatrix}$
只加入角度随机游走 $0.005 (^\circ)$ $\sqrt{h} (1\sigma)$	$\begin{bmatrix} 1.95118 \times 10^{-9} \\ 7.3213 \times 10^{-9} \\ -3.144 \times 10^{-9} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.0003 \\ 0.0002 \\ -0.0001 \\ -0.00038 \\ -0.00035 \\ 0.00019 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2.44844 \times 10^{-6} \\ -6.19804 \times 10^{-6} \\ 1.08101 \times 10^{-5} \end{bmatrix}$
只加入安装偏角误差 $2'' (1\sigma)$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.95228 \\ -1.05342 \\ -1.08526 \\ -1.13201 \\ -0.87941 \\ -0.94683 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 7.70764 \times 10^{-6} \\ -6.13065 \times 10^{-6} \\ -7.61494 \times 10^{-7} \end{bmatrix}$

2) 只加入标度因数非线性度时, 共做 25 次仿真实验, 与前面的仿真条件不同点在于: 每次加入的非线性度  $\alpha = 30 \times 10^{-6}i$ , ( $i = 1, 2, \dots, 25$ ), 即每次仿真加入的非线性度改变, 得到图 1、图 2, 其中纵坐标表示相对误差。

当只考虑标度因数非线性误差, 非线性度  $\alpha = 30 \times 10^{-6}i$ , ( $i = 1, 2, \dots, 25$ ), 由图 1、图 2 可知, 安装误差标定误差量级  $1 \times 10^{-14}$ , 零偏的标定误差量级为  $1 \times 10^{-10}$ , 为计算误差, 所以标度因数非线性误差对零偏和安装偏角的标定准确度无影响。

3) 加入标度因数不对称度  $K_\alpha = 50 \times 10^{-6}i$ , ( $i = 1, 2, \dots, 25$ ) 时, 按 2) 仿真, 可得图 3 和图 4, 其中纵坐标表示相对误差。

当只考虑标度因数不对称度误差, 不对称度  $K_\alpha = 50$

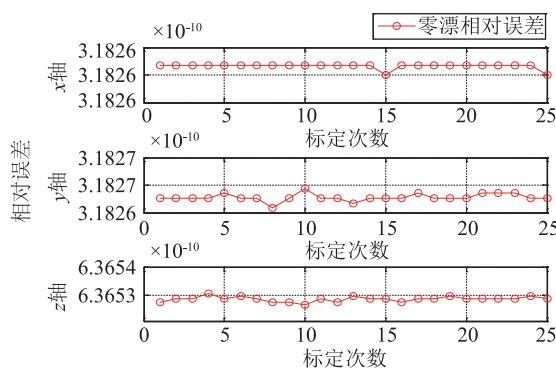


图 1 零偏相对误差

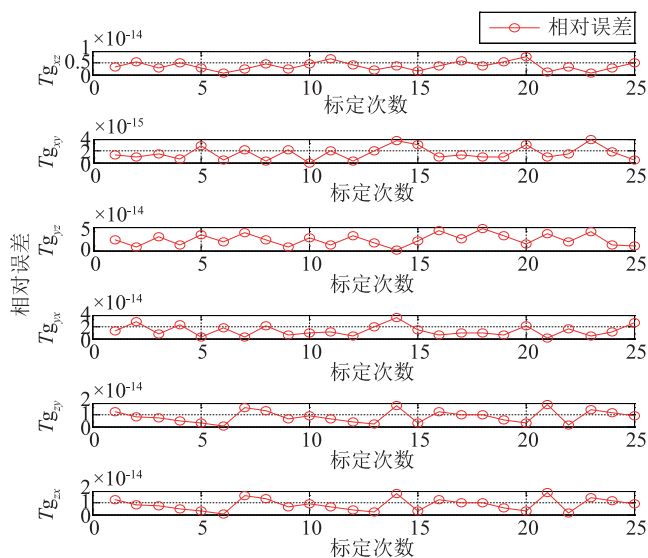


图 2 安装偏角相对误差

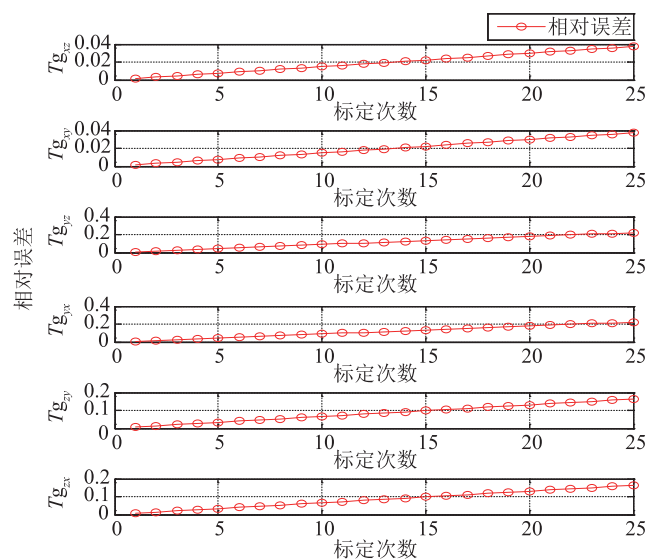


图 3 安装偏角相对误差

$\times 10^{-6}i$ , ( $i = 1, 2, \dots, 25$ ) 时, 由图 3, 4 可知, 安装偏角标定误差量级 0.1, 零偏的标定误差量级为  $0.1 \times 10^{-6}$ ,

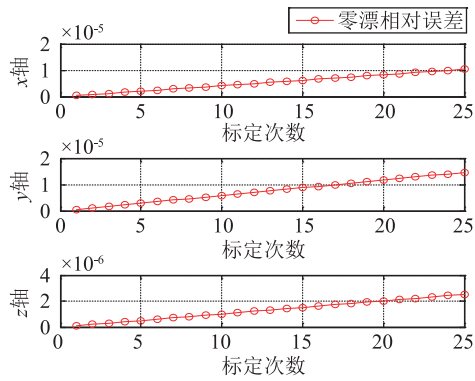


图4 零偏相对误差

安装偏角和零偏的标定误差大小与不对称度成正比。

### 3.2 加速度计标定仿真结果

同理,对加速度计标定进行仿真,假设三轴加速度计标度因数为  $2400 \text{ g/s}$ ,安装偏角为  $2''$ ,零偏为  $6 \times 10^{-3} \text{ g}$ 。仿真不加任何误差时,标度因数、安装误差和零偏的标定误差量级分别为  $1 \times 10^{-15}$ ,  $1 \times 10^{-10}$  和  $1 \times 10^{-13}$ ,此误差由计算误差造成;当加入零偏重复性误差  $37 \mu\text{g}$  ( $1\delta$ ) 时,标度因数标定误差量级为  $1 \times 10^{-15}$ ,安装误差标定误差 ( $1 \times 10^{-10}$ ) 左右,此由计算误差造成,所以零偏重复性误差对加速度计的标度因数与安装偏角的标定几乎无影响;当只加入标度因数重复性误差  $37 \mu\text{g}$  ( $1\delta$ ) 时,安装误差标定误差量级为  $1 \times 10^{-11}$ ,零偏标定误差量级为  $1 \times 10^{-14}$ ,此误差由计算误差造成;当只加入标度因数非线性误差,非线性度  $\alpha = 30 \times 10^{-6} i$ , ( $i = 1, 2, \dots, 25$ ),安装偏角标定误差量级为  $1 \times 10^{-10}$ ;零偏标定误差量级为  $1 \times 10^{-14}$ ,由计算误差造成,所以标度因数重复性误差与非线性误差对零偏和安装偏角的标定无影响;只加入安装偏角重复性误差  $2''$  ( $1\delta$ ) 时,标度因数误差量级为  $1 \times 10^{-15}$ ,零偏标定误差量级为  $1 \times 10^{-14}$ ,也是计算误差,所以无影响;当加入零偏稳定性  $20 \mu\text{g}$ ,对各参数标定影响为:标度因数标定误差量级为  $1 \times 10^{-6}$ ,安装误差标定误差  $0.1$ ,零偏的标定误差为  $1 \times 10^{-3}$ ;只加入随机噪声  $50 \mu\text{g}$  ( $1\sigma$ ) 时,对各参数标定影响为:标度因数标定误差量级为  $1 \times 10^{-11}$ ,安装偏角标定误差量级为  $1 \times 10^{-5}$ ,零偏的标定误差量级为  $1 \times 10^{-9}$ 。

## 4 结论

光学捷联惯导误差随时间积累,分立式标定是捷联惯导误差补偿的有效手段。文章在阐述 IMU 标定原理和标定参数解算方法的基础上,对标定过程中惯性器件自身因素对标定精度的影响进行了研究,探讨了

标度因数误差、安装偏角误差及零偏误差之间的影响机理,通过理论与仿真验证得到:零偏重复性误差对标度因数和安装偏角的标定无影响;标度因数非线性和重复性误差对安装偏角和零偏的标定无影响;零偏稳定性误差对标度因数和安装偏角的标定有影响;陀螺的角度随机游走对陀螺三个标定参数均有影响;加速度计的随机噪声对加速度计的三个标定参数均有影响;陀螺的标度因数不对称性对陀螺的安装偏角和零偏的标定有影响;安装偏角重复性误差对陀螺的零偏标定有影响而对标度因数标度无影响,对加速度计的标度因数和零偏的标定无影响。结论对于惯导系统性能评估、误差分配和器件设备选型具有重要意义。今后将深入研究标定过程中外部因素(如温度变化、振动、转台安装误差)对标定精度的影响,进一步完善误差模型,提高补偿精度。

### 参考文献

- [1] 任剡,房建成,许端,等. 光纤陀螺 IMU 全温三方位速率/一位置标定及分段线性插值补偿方法[J]. 中国惯性技术学报, 2013(1): 52 - 55.
- [2] 李文贤. 激光陀螺捷联惯导系统温度误差建模与补偿方法研究[D]. 长沙:国防科学技术大学, 2010.
- [3] 张红良,武元新,查亚兵,等. 高精度惯测组合标定误差分析[J]. 国防科技大学学报, 2010, 32(1): 143 - 145.
- [4] 冯杨. 激光陀螺捷联惯导系统的误差参数标定方法[J]. 测控技术, 2013, 32(4): 127 - 130.
- [5] 严恭敏. 惯性器件测试与数据分析[M]. 西安:西北工业大学出版社, 2011.
- [6] 谢波,秦永元,万彦辉. 激光陀螺捷联惯导系统多位置标定方法[J]. 中国惯性技术学报, 2011, 19(2): 158 - 162.
- [7] Chi M C, Lau T K, Kai W L, et al. Automatic Calibration for Inertial Measurement Unit [C]// International Conference on Control Automation Robotics & Vision, 2012.
- [8] Isaac Skog P H. Calibration of a MEMS Inertial Measurement Unit [C]// XVII IMEKO WORLD CONGRESS Metrology for a Sustainable Development, 2006.
- [9] Thompson A A. Calibration of Inertial Sensors[S]. 2000.

收稿日期: 2019-01-07

基金项目: 航空基金资助项目(20110818013)

### 作者简介

赵雪米(1990-),女,工程师,硕士,从事传感器方向的研究工作。

